

Adı Soyadı

Öğrenci Numarası

Bölümü

Grup No

Sınav Yeri

Öğrencinin İmzası

Ö. Üyesinin Adı Soyadı

YÖK'ün 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar. Hesap makinası kullanılmayacaktır. Problemlerle ilgili herhangi bir soru sormayınız. Herhangi bir açıklama kesinlikle yapılmayacaktır. Çözümlerinizi okunaklı ve size ayrılan alanlarda yapınız.

SORU 1: $m = 1$ kg kütleli bir parçacık, $t = 0$ da orijinden harekete başlayarak, $\vec{r} = (t^2 + t)\hat{i} + 3t\hat{j}$ ile verilen anlık konum vektörüne göre xy-düzleminde hareket etmektedir.

8) a) $t = 1$ s de parçacığın çizgisel momentumu ve orijine göre açısal momentumunu hesaplayınız.

$$\vec{r} = (t^2 + t)\hat{i} + 3t\hat{j} ; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = (2t+1)\hat{i} + 3\hat{j} \quad (1)$$

$$t = 1 \text{ s de } \Rightarrow \begin{cases} \vec{r}_1 = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m} \\ \vec{v}_1 = (3\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s} \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{P} = m\vec{v}_1 = (1 \text{ kg})(3\hat{i} + 3\hat{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}} = (3\hat{i} + 3\hat{j}) \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

$$P = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ kg m/s} \quad (2)$$

$$\vec{L} = m \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 = (1 \text{ kg})(2\hat{i} + 3\hat{j}) \times (3\hat{i} + 3\hat{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{L} = (6 - 9)\hat{k}$$

$$\vec{L} = -3\hat{k} \text{ J.s} \quad (2) \quad |\vec{L}| = 3 \text{ J.s}$$

5) b) $t = 1$ s de parçacığa etki eden kuvveti, torku ve hesaplayınız.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = 2\hat{i} \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = 2\text{ N}\hat{i} \quad (1)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \times (2\hat{i}) \quad (1)$$

$$\vec{\tau} = -6\hat{k} \text{ J} \quad (1)$$

4

c) $t = 1$ s de parçacığın açısal momentumdaki değişim miktarını bulunuz. Açısal momentum korunur mu? Nedenini açıklayınız.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \Rightarrow \left| \frac{d\vec{L}}{dt} \right|_{t=1} = -6\hat{k} \hat{j} \quad (2)$$

Açısal momentum korunmaz
Çünkü $\frac{d\vec{L}}{dt} \neq 0$ dir. (2)

8

d) $t = 1$ s ile $t = 2$ s, zaman aralığında parçacık için iş-kinetik enerji teoremini doğrulayınız.

$$W = \Delta K_{\text{Toplam}} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1)$$

$$t = 2 \text{ s de } \begin{cases} \vec{r}_2 = (6\hat{i} + 6\hat{j}) \text{ m} \\ \vec{v}_2 = (5\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Sol taraf: } W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{F} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$W = 2\hat{i} \cdot [6(\hat{i} + \hat{j}) - (2\hat{i} + 3\hat{j})] \quad (2)$$

$$W = 2\hat{i} \cdot (4\hat{i} + 3\hat{j}) \Rightarrow W = 8 \text{ J} \quad (2)$$

$$\text{Sağ taraf: } \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad (1) \quad \text{Eşit}$$

$$v_1^2 = 18 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \text{ ve } v_2^2 = 34 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (34 - 18) \Rightarrow \Delta K = 8 \text{ J} \quad (2)$$

SORU 2: $r = 1m$ yarıçaplı bir küre $R = 11m$ yarıçaplı yolda kaymadan yuvarlanıyor. Küre yolun alt noktasından R kadar yukarıdaki bir yükseklikten (A noktası) ilk hızsız yuvarlanmaya başlıyor. Görüldüğü gibi 135° lik açı sonrasında B noktasında yoldan ayrılıyor. Kürenin eylemsizlik momenti; $I = \frac{2}{5}mr^2$. $g = 10 m/s^2$

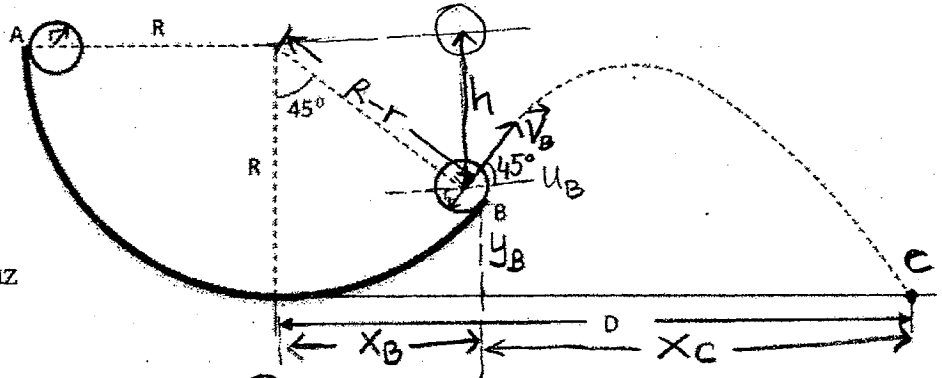
Dikkat!

$$h = (R-r) \cos 45^\circ$$

$$u_B = 0 \text{ seçildi}$$

12

a) Kürenin B noktasındaki hızını bulunuz ($\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = 0,7$ alınız).



$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_{km}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\omega = \frac{v_{km}}{r} \text{ veya}$$

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh(R-r)\cos 45 = \frac{1}{2}mv_{km}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \frac{v_{km}^2}{r^2}$$

$$h = (R-r)\cos 45$$

$$g(R-r)\cos 45 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)v_{km}^2 \Rightarrow v_{km} = \sqrt{\frac{10}{7}g(R-r)\cos 45}$$

$$v_{km} = \sqrt{\frac{10}{7} \cdot 10 \cdot \frac{(11-1) \cdot 0,7}{10}}$$

$$\Rightarrow v_{km} = 10 m/s$$

13

b) Küre yolun tabanında hangi D uzaklığında yere çarpar ($\sqrt{129} \approx 11$ alınız).

$$\text{Şekle göre: } x_B = (R-r)\sin 45$$

$$x_B = 10 \cdot 0,7 \Rightarrow x_B = 7m$$

$$y_B = R - h = R - (R-r)\cos 45$$

$$y_B = 11 - 10 \cdot 0,7 \Rightarrow y_B = 4m$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 4 \cdot 5 \cdot 4}}{10} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{10}$$

$$\text{pozitif kök alınır: } t = \frac{7 + 11}{10}$$

$$t = 1,8s \quad (B'den C'ye uçuş süresi)$$

$$x_C = v_{x_B} \cdot t = 10 \cdot 0,7 \cdot 1,8$$

$$x_C = 12,6m$$

$$D = x_B + x_C$$

$$D = 7 + 12,6$$

$$D = 19,6m$$

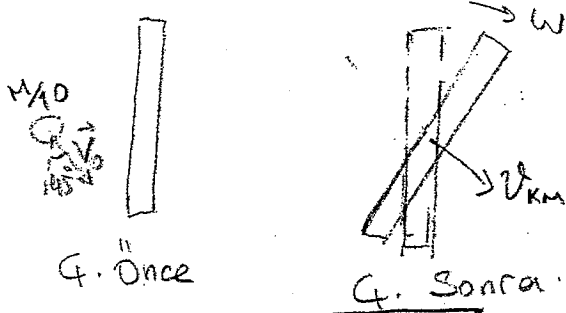
$$y_C = y_B + v_{y_B}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 4 + 10 \cdot \sin 45 \cdot t - 5t^2$$

$$5t^2 - 7t - 4 = 0$$

SORU 3: M kütleli, L uzunluklu düzgün bir çubuk başlangıçta, sürtünmesiz düzlemde durgundur. $\frac{M}{10}$ kütleli bir parçacık şekilde görüldüğü gibi çubuğa göre düşeyle 45° lik açı ile V_0 hızı ile çubuğa doğru kaymaktadır. Parçacık çubuğun alt ucuna çarpar ve durur. Çarpışma sonrası sadece çubuk hareketlidir. **Bütün cevaplarınızı M, L ve V_0 cinsinden veriniz.** Çubuğun kütle merkezine göre eylemsizlik momenti; $I_{KM} = \frac{1}{12} ML^2$ dir.

8 a) Çarpışmadan sonra çubuğun kütle merkezinin çizgisel hızını birim vektörler cinsinden bulunuz.

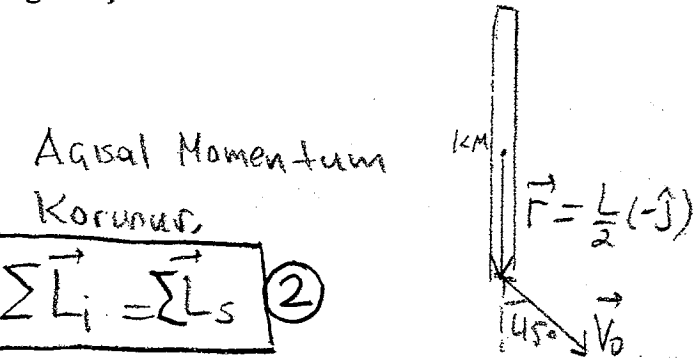


$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1s} + \vec{P}_{2s} \quad (2)$$

$$\frac{M}{10} \cdot \frac{V_0}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j}) = M \cdot \vec{v}_{KM} \quad (3)$$

$$\vec{v}_{KM} = \frac{V_0}{10\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j}) \quad (3)$$

8 b) Çarpışmadan sonra çubuğun kütle merkezine göre açısal hızını bulunuz.



$$\sum \vec{L}_i = \sum \vec{L}_s \quad (2)$$

$$\frac{M}{10} \cdot V_0 \cdot r \sin 45 = I_{KM} \omega \quad (3)$$

$$\frac{M}{10} V_0 \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{12} ML^2 \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{12}{20\sqrt{2}} \frac{V_0}{L} \Rightarrow \omega = \frac{3}{5\sqrt{2}} \frac{V_0}{L} \quad (3)$$

Saatin tersi

9

c) Çarpışmadan dolayı oluşan enerji kaybını bulunuz.

$$K_i = \frac{1}{2} \frac{M}{10} V_0^2 \Rightarrow K_i = \frac{M}{20} V_0^2$$

$$K_s = \frac{1}{2} M v_{KM}^2 + \frac{1}{2} I_{KM} \omega^2$$

$$v_{KM}^2 = \frac{V_0^2}{100} \cdot 2 \Rightarrow v_{KM}^2 = \frac{V_0^2}{50}$$

$$K_s = \frac{1}{2} M \frac{V_0^2}{50} + \frac{1}{2} \frac{1}{12} ML^2 \cdot \frac{9}{50} \frac{V_0^2}{L^2}$$

$$K_s = \frac{M}{200} V_0^2 \left(1 + \frac{3}{2}\right)$$

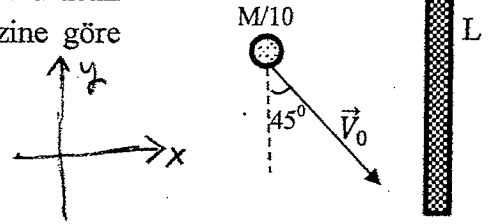
$$K_s = \frac{M}{200} V_0^2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$K_s = \frac{1}{80} M V_0^2 \quad (3)$$

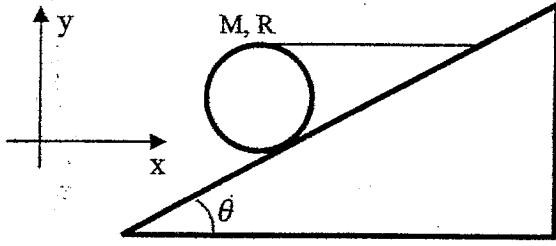
$$\Delta K = K_s - K_i \quad (1)$$

$$\Delta K = M V_0^2 \left(\frac{1}{80} - \frac{1}{20} \right) \quad (4)$$

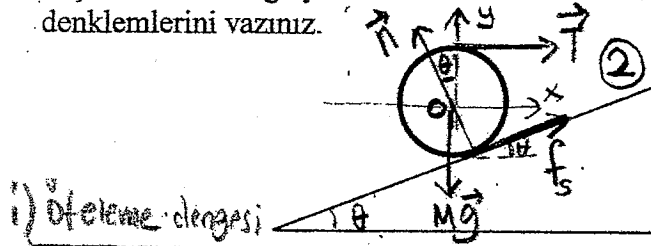
$$\Delta K = -\frac{3}{80} M V_0^2 \quad \text{Kayıp enerji} \quad (1)$$



SORU 4: (a) M kütleli top şeklindeki gibi, θ eğimli eğik düzlem üzerinde hareketsiz durmaktadır. Yüzey sürtünmeli olup, top bir ip ile üst yüzeyinde eğik düzleme yere paralel olacak şekilde tutturulmuştur.



8) i) Topun serbest cisim diyagramını çizerek, verilen koordinata göre öteleme ve dönme için denge koşullarını sağlayan Newton'un hareket denklemlerini yazınız.



i) Öteleme dengesi

$$\sum F_x = T + f_s \cos \theta - n \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = n \cos \theta + f_s \sin \theta - Mg = 0 \quad (2)$$

ii) Dönme dengesi

$$\sum \tau_o = T \cdot R - f_s \cdot R = 0 \quad (3)$$

$$f_s = T$$

5

ii) Elde ettiğiniz denklemleri kullanarak $\theta = 45^\circ$ için ipteki gerilme kuvvetini Mg cinsinden bulunuz.

$$(1) \Rightarrow T(1 + \cos \theta) = n \sin \theta \quad (4)$$

$$(2) \Rightarrow Mg - T \sin \theta = n \cos \theta \quad (5)$$

$$\frac{(4)}{(5)}: \frac{T(1 + \cos \theta)}{Mg - T \sin \theta} = \tan \theta = \tan 45 = 1$$

$$T(1 + \cos \theta) = Mg - T \sin \theta$$

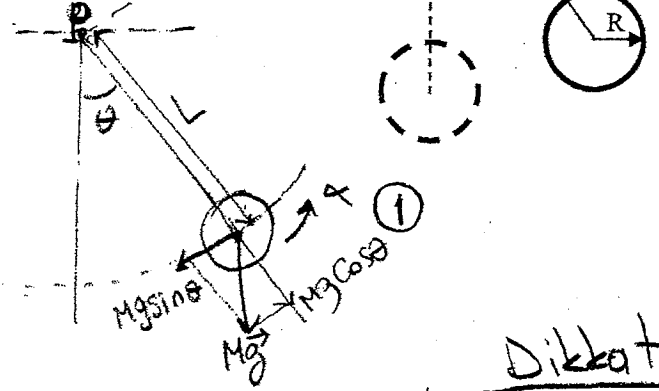
$$T(1 + \underbrace{\cos 45 + \sin 45}_{\sqrt{2}}) = Mg$$

$$T = \frac{Mg}{1 + \sqrt{2}} \quad (5)$$

SORU 4: (b) M kütleli ve R yarıçaplı bir disk, L uzunluklu ve kütlesi ihmal edilen bir çubuğun ucuna merkezinden tutturularak bir fizik sarkaç yapılmıştır. Şekilde ki gibi denge noktası etrafında düzlemde salınım hareketi yapmaktadır. Diskin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti $I_{KM} = \frac{1}{2}MR^2$ dir.

5

i) Disk için kuvvet diyagramını çizerek, hareket denklemini elde ediniz.



$$\sum \vec{\tau}_P = \vec{r} \times \vec{F} = I_P \vec{\alpha}$$

Dikkat!

$$\alpha = \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-(Mg \sin \theta)L = I_P \ddot{\theta} \quad (2)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{MgL}{I_P} \sin \theta = 0 \quad (2)$$

7

ii) Küçük salınımlar için salınımın periyodunu ve frekansını bulunuz.

Küçük salınımlarda $\sin \theta \approx \theta$ olur.

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{MgL}{I_P} \right) \theta = 0 \quad (2)$$

ω^2

$$\omega^2 = \frac{MgL}{I_P}$$

$$I_P = I_{KM} + ML^2$$

$$I_P = \frac{1}{2}MR^2 + ML^2 \quad (2)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\left(\frac{R^2}{2} + L^2\right)}{gL}} \quad (1)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{gL}{\left(\frac{R^2}{2} + L^2\right)}} \quad (1)$$