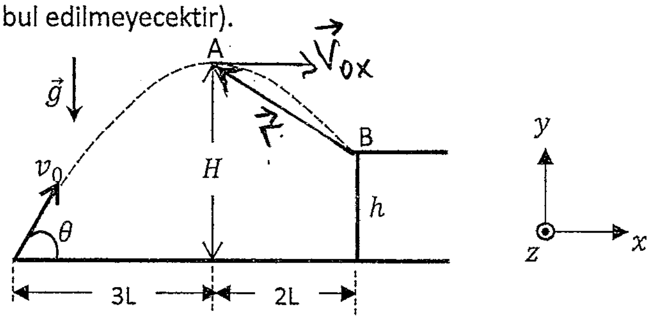
YTÜ FİZİK BÖLÜMÜ, 2016-2017 GÜZ DÖNEMİ			Tarih : 04 Ocak 2017			Süre: 110 dk.		
FIZ1001 Fizik-1 FİNAL SINAVI			P1	P2	P3	P4	P5	TOPLAM
Adı Soyadı								
Öğrenci Numarası								
Bölüm								
Grup No	Sınav Yeri	Öğrencinin İmzası	YÖK'ün 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar. Hesap makinası kullanılmayacaktır. Problemlerle ilgili herhangi bir soru sormayınız. Herhangi bir açıklama kesinlikle yapılmayacaktır. Çözümlerinizi okunaklı ve size ayrılan alanlarda yapınız.					
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı								

PROBLEM 1

17

a) Yerden θ açısı ve v_0 ilk hızı ile atılan bir cismin ulaştığı maksimum yükseklik (A noktası) H'tır. Cisim h yüksekliğinde (B noktası) bulunan duvara şekildeki gibi çarptığına göre $\frac{H}{h}$ **oranını bulunuz.** (Enerji korunumu ile yapılan çözümler kabul edilmeyecektir).



A noktasına çıkış süresi: t_A

$$v_{Ay} = v_{0y} - g t_A \quad (1)$$

$$0 = V_{0y} - g\, t_A \Rightarrow \boxed{t_A = \frac{V_{0y}}{g}} \quad (2)$$

$$H = V_{0y} t_A - \frac{1}{2} g t_A^2 \quad (1)$$

$$H = V_{0y} \frac{V_{0y}}{g} - \frac{1}{2} g \frac{V_{0y}^2}{g^2} \quad (1)$$

$$\boxed{H = \frac{V_{0y}^2}{2g}} \quad (2)$$

$$3L = V_{0x} \cdot t_A \Rightarrow \boxed{L = \frac{V_{0x} V_{0y}}{3g}} \quad (1)$$
(1)

B noktasına çarpma süresi: t_B

$$5L = V_{0x}\, t_B \Rightarrow \boxed{t_B = \frac{5L}{V_{0x}}} \quad (1)$$
(1)

ve

$$t_B = \frac{5 \cancel{V_{0x}} V_{0y}}{3 g \cancel{V_{0x}}} \Rightarrow \boxed{t_B = \frac{5}{3} \frac{V_{0y}}{g}} \quad (1)$$

$$h = V_{0y} \cdot t_B - \frac{1}{2} g t_B^2 \quad (1)$$

$$h = V_{0y} \left(\frac{5}{3} \frac{V_{0y}}{g}\right) - \frac{1}{2} \cancel{g} \cdot \frac{25}{9} \cdot \frac{V_{0y}^2}{g^{\cancel{2}}} \quad (1)$$

$$h = \frac{V_{0y}^2}{g} \left(\frac{5}{3} - \frac{25}{18}\right)$$

$$\boxed{h = \frac{5}{18} \frac{V_{0y}^2}{g}} \quad (1)$$

$$\frac{H}{h} = \frac{\frac{\cancel{V_{0y}^2}}{2 \cancel{g}}}{\frac{5}{18} \frac{\cancel{V_{0y}^2}}{\cancel{g}}} \Rightarrow \boxed{\frac{H}{h} = \frac{9}{5}} \quad (2)$$

8

b) m kütleli cisim A noktasında iken, B noktasına göre açısal momentumunun yönü ve büyüklüğünü verilenler cinsinden bulunuz.

$$\vec{L}_B = \vec{r} \times \vec{P} = m\, \vec{r} \times \vec{V}_{0x} \quad (1)$$

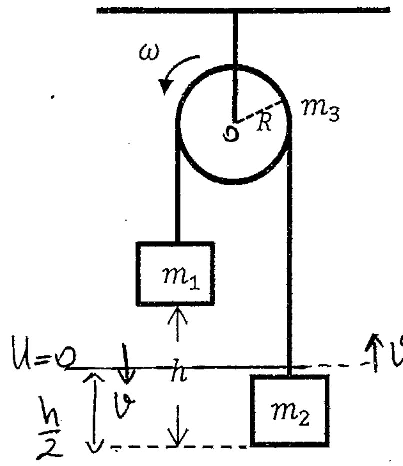
şekilden;

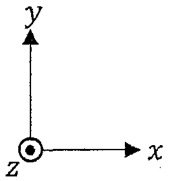
$$\vec{r} = 2L(-\hat{i}) + (H-h)\hat{j} \; ; \; \vec{V}_{0x} = V_0 \cos\theta\, \hat{i}$$
(2) (1)

$$\vec{L}_B = m\left[-2L\hat{i} + (H-h)\hat{j}\right] \times V_0 \cos\theta\, \hat{i}$$
(1)

$$\boxed{\vec{L}_B = m V_0 (H-h) \cos\theta (-\hat{k})} \quad (3)$$

PROBLEM 2





Kütleleri $m_1 = 6M$ ve $m_2 = 3M$ olan bloklar, yarıçapı R ve kütlesi $m_3 = 2M$ olan bir makara üzerinden geçen ip ile şekilde görüldüğü gibi birbirlerine bağlanmışlardır. İp kütlesizdir ve makara üzerinden kaymamaktadır. Makara kendi ekseni etrafında sürtünmesiz olarak dönmektedir. Kütleler başlangıçta durgun ve aralarındaki mesafe h kadardır. (Makara için eylemsizlik momenti $I_{mak} = \frac{1}{2}m_3R^2$).

a) Enerjinin korunumunu kullanarak, iki blok aynı hizadan geçerken hızlarını bulunuz.

7

$$\Sigma K_i + \Sigma U_i = \Sigma K_s + \Sigma U_s$$

3

$$0 + m_1 g \frac{h}{2} - m_2 g \frac{h}{2} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \left(\omega = \frac{v}{R}\right)$$

$$(m_1 - m_2)\frac{gh}{2} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_3 \frac{R^2 V^2}{R^2}$$

$m_1 = 6M$, $m_2 = 3M$ ve $m_3 = 2M$

$$3M g \frac{h}{2} = \left(\frac{9M}{2} + \frac{M}{2}\right)V^2$$ 2

$$3gh = 10V^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{3gh}{10}}}$$ 2

b) Sistemin $\vec{L}$ açısal momentum vektörünü yazınız.

3

$$\vec{L} = (m_1 vR + m_2 vR + I\omega)\hat{k}$$ 1

$$\vec{L} = \left(9MvR + \frac{1}{2}\cdot 2M\cdot R^2 \frac{v}{R}\right)\hat{k}$$ 1

$$\boxed{\vec{L} = 10MvR\hat{k}}$$ 1

c) Sisteme etkiyen net torku ($\vec{\tau}$) yazınız.

3

$$\Sigma \vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\Sigma \vec{\tau}_0 = (m_1 g - m_2 g)\cdot R\,\hat{k}$$ 2

$$\boxed{\Sigma \vec{\tau}_0 = 3MgR(\hat{k})}$$ 1

d) Açısal momentum ve tork kavramlarını kullanarak, m_1 ve m_2 kütlelerinin lineer ivmelerini bulunuz.

4

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$ 1

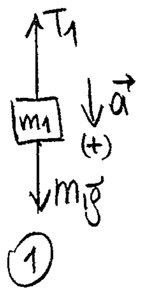
$$3MgR\hat{k} = \frac{d}{dt}(10MvR\hat{k})$$ 1

$$3\cancel{M}g\cancel{R} = 10\cancel{M}\cancel{R}\underbrace{\frac{dv}{dt}}_{a}$$

$$\boxed{a = \frac{3}{10}g}$$ 2

e) İpteki gerilmeleri **"d"** şıkkında elde edilen sonucu kullanarak bulunuz.

8



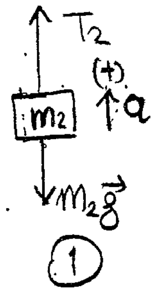
$$\Sigma F = m_1 g - T_1 = m_1 a$$ 1

$$T_1 = m_1(g - a)$$

$$T_1 = 6M\left(g - \frac{3}{10}g\right)$$

$$\boxed{T_1 = \frac{42}{10}Mg}$$ 2

— o —

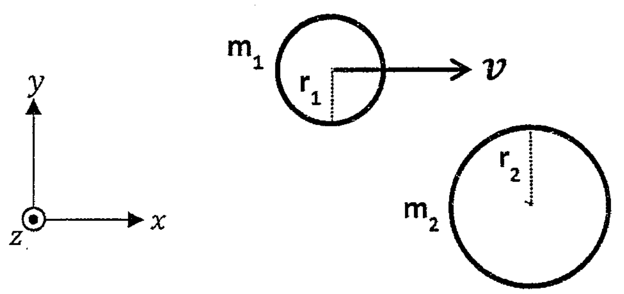


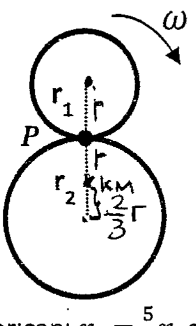
$$\Sigma F = T_2 - m_2 g = m_2 a$$ 1

$$T_2 = m_2(g + a)$$

$$T_2 = 3M\left(g + \frac{3}{10}g\right)$$

$$\boxed{T_2 = \frac{39Mg}{10}}$$ 2





$m_1 = m$ kütleli ve $r_1 = r$ yarıçaplı bir disk v hızla ilerlerken, kütlesi $m_2 = 3m$ ve yarıçapı $r_2 = \frac{5}{3}r$ olan, düzgün ve sürtünmesiz buzlu bir yüzey üzerinde durmakta olan bir başka diske çarpmaktadır. İki top birbirini sıyıracak şekilde tamamen esnek olmayan çarpışma yaparak birbirlerine **P** noktasından yapışmaktadırlar. Çarpışma sonrası iki disk birlikte ω açısal hızı ile dönmektedir. Kütlesi m yarıçapı r olan bir diskin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{2}mr^2$. (Cevaplarınızı sadece m, r ve v'ye bağlı olarak ifade ediniz). **Çarpışmadan sonra;**

(5) **a)** Kütle merkezinin konumunu P noktasına göre (P noktasını orijin seçiniz) bulunuz.

$m_1 = m,\ y_1 = r$

$m_2 = 3m,\ y_2 = -\frac{5}{3}r$

$$y_{KM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$y_{KM} = \frac{\cancel{m} r + 3\cancel{m}(-\frac{5}{3}r)}{4\cancel{m}} \quad (2) \quad = \frac{-4r}{4}$$

$$\boxed{y_{KM} = -r} \quad (2)$$

b) Sistemin eylemsizlik momentini yeni kütle merkezine göre bulunuz.

(5)

$$I_{KM}^{sis} = I_{KM}^{m_1} + I_{KM}^{m_2} \quad (3)$$

$$I_{KM}^{sis} = \left(\frac{1}{2} m_1 r_1^2 + m_1 d_1^2\right) + \left(\frac{1}{2} m_2 r_2^2 + m_2 d_2^2\right)$$

$m_1 = m,\ r_1 = r,\ m_2 = 3m,\ r_2 = \frac{5}{3}r,\ d_1 = 2r,\ d_2 = \frac{2}{3}r$

$$I_{KM}^{sis} = \left(\frac{1}{2} mr^2 + m\,4r^2\right) + \frac{1}{2}\cancel{3}m\,\frac{25}{\cancel{9}_3}r^2 + \cancel{3}m\,\frac{4}{\cancel{9}_3}r^2$$

$$I_{KM}^{sis} = \left(\frac{1}{2} + 4 + \frac{25}{6} + \frac{4}{3}\right)mr^2 = \frac{60}{6}mr^2$$

$$\boxed{I_{KM}^{sis} = 10mr^2} \quad (2)$$

c) Kütle merkezinin hızını bulunuz.

(5)

$$\Sigma \vec{P}_i = \Sigma \vec{P}_s$$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{V}_{KM} \quad (2)$$

$$\cancel{m} \cdot v\,\hat{i} + 0 = 4\cancel{m}\,\vec{V}_{KM} \quad (1)$$

$$\boxed{\vec{V}_{KM} = \frac{v}{4}\hat{i}} \quad (2)$$

d) Sistemin açısal hızını bulunuz.

(5)

$$\vec{L}_i = \vec{L}_s \quad (1)$$

Yeni kütle merkezine göre;

$$L_i = m v_1 (r_1 + y_{KM})$$

$$L_i = mv(r + r) \quad (1) \quad ; \quad L_s = I_{KM}^{sis}\,\omega \quad (1)$$

$$2\cancel{m} v \cancel{r} = 10\cancel{m} r^{\cancel{2}} \cdot \omega \quad (1)$$

$$\boxed{\omega = \frac{v}{5r}} \quad (1)$$

(5) **e)** Sistemin kinetik enerjisini bulunuz.

$$K_s = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_{KM}^2 + \frac{1}{2}I_{KM}'\,\omega^2 \quad (2)$$

$$K_s = \frac{1}{2}\cancel{4}m\,\frac{v^2}{\cancel{16}_4} + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}mr^{\cancel{2}} \cdot \frac{v^2}{\cancel{25}_5\,\cancel{r^2}} \quad (1)$$

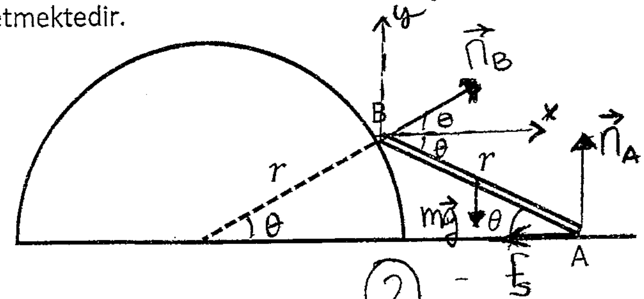
$$K_s = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{5}\right)mv^2$$

$$\boxed{K_s = \frac{13}{40}mv^2} \quad (2)$$

(13)

PROBLEM 4

Yarıçapı r olan durgun bir yarım silindir ve kütlesi m, uzunluğu silindirin yarıçapına eşit olan bir çubuk şekildeki gibi yerleştiriliyor. Çubuğun bir ucu sürtünme katsayısı $\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}$ olan düzleme A noktasından diğer ucu da sürtünmesiz yarım silindire B noktasından temas etmektedir.



(2)

(8)

a) Çubuğun serbest cisim diyagramını verilen şekil üzerinde çiziniz ve statik denge şartı için denklemleri yazınız.

$$\sum F_x = n_B \cos\theta - f_s = 0 \quad (1) \quad (2)$$

$$\sum F_y = n_B \sin\theta + n_A - mg = 0 \quad (2) \quad (2)$$

$$\sum \tau_A = mg\frac{r}{2}\cancel{\cos\theta} - (n_B\cancel{\cos\theta})r\sin\theta - (n_B\sin\theta)r\cancel{\cos\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{2} - 2n_B\sin\theta = 0 \quad (3.a) \quad (2)$$

VEYA

$$\sum \tau_B = n_A r\cos\theta - f_s r\sin\theta - mg\frac{r}{2}\cos\theta = 0 \quad (3.b)$$

(5) **b)** Çubuğun statik dengede durabileceği en küçük θ açısını bulunuz.

(1)

$f_s = \mu_s n_A$ ise θ en küçük acı olur.

$$(3.a) \Rightarrow 2n_B\sin\theta = \frac{mg}{2} \Rightarrow \boxed{n_B\sin\theta = \frac{mg}{4}} \quad (4)$$

$$(1) \Rightarrow n_B\cos\theta - \mu_s n_A = 0 \Rightarrow \boxed{n_A = \frac{3n_B\cos\theta}{\sqrt{3}}} \quad (5)$$

$$(2) \Rightarrow \underbrace{n_B\sin\theta}_{mg/4} + \frac{3n_B\cos\theta}{\sqrt{3}} = mg$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}}n_B\cos\theta = mg\left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}mg$$

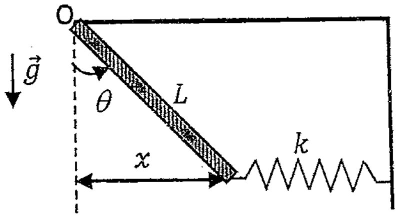
$$\boxed{n_B\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}mg} \quad (6)$$

$$\frac{(4)}{(6)} \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{\theta = 30^\circ} \quad (4)$$

(12)

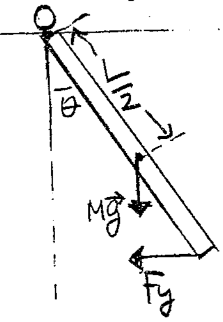
PROBLEM 5

M kütleli L uzunluklu homojen bir çubuğun üst ucu, şekilde görüldüğü gibi O noktasından tutturulmuştur. Alt ucu ise k yay sabitli bir yay ile duvara bağlanmıştır. Çubuk-yay sistemi denge konumunda iken $x = 0$ ve $\theta = 0$'dır. Çubuğun alt ucu şekildeki gibi yatayda denge konumundan küçük bir x mesafesi kadar (veya küçük bir θ açısı kadar) hareket ettirilip serbest bırakılıyor (Çubuk için: $I_{KM} = \frac{1}{12}ML^2$).



(7)

a) Sistemin salınım hareketi için hareket denklemlerini yazınız.



$$I_O = I_{KM} + ML^2$$

$$\boxed{I_O = \frac{1}{3}ML^2} \quad (1)$$

$$|F_y| = kx$$

$$\sum \tau_O = -Mg\sin\theta\frac{L}{2} - kx \cdot L\cos\theta = I_O\alpha \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{ve} \quad x = L\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\left(Mg\frac{L}{2} + kL^2\cos\theta\right)\sin\theta}{I_O} = 0 \quad (2)$$

(5)

b) Küçük salınımlar (titreşimler) için salınımın periyodunu bulunuz.

Küçük salınımlarda;

$\sin\theta \approx \theta$ ve $\cos\theta \approx 1$ olur. (1)

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{MgL + 2kL^2}{2I_O}\right)}_{w^2}\theta = 0 \quad (2)$$

$$w = \sqrt{\frac{MgL + 2kL^2}{\frac{2}{3}ML^2}} \Rightarrow w = \sqrt{\frac{3Mg\cancel{L} + 6kL^{\cancel{2}}}{2ML^{\cancel{2}}}} \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{w} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2ML}{3Mg + 6kL}} \quad (1)$$