



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

Fen Edebiyat Fakültesi

Fizik Bölümü

FIZ1262 FİZİK LABORATUVARI - 1

MEKANİK

İSTANBUL-2022

İÇİNDEKİLER

M1 . BİR DENEYİN ANALİZİ.....	1
M2. NEWTON HAREKET YASALARI.....	6
M3. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU-MAXWELL TEKERLEĞİ.....	13
M4. EĞİK ATIŞ HAREKETİ VE BALİSTİK SARKAÇ.....	20
M5. DAİRESEL HAREKET VE AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU.....	31
M6. EYLEMSİZLİK MOMENTİ	40
M7. YAYLI VE BASİT SARKAÇ	47
M8. BURULMA SARKACI	55
M9. ÇARPIŞMALAR	61
M10. AÇISAL HIZ, EYLEMSİZLİK MOMENTİ VE AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU...68	
M11. FİZİKSEL SARKAÇ	80

KISALTMA LİSTESİ

- Enerji (E)
- Kuvvet (F)
- Lineer hız (v)
- Açısal yerdeğiştirme (φ)
- Açısal hız (ω)
- Lineer ivme (a)
- Açısal ivme (α)
- Lineer momentum (p)
- Açısal momentum (L)
- Tork (τ)
- Periyot (T)
- Frekans (f)
- Potansiyel enerji (U)
- Kinetik Enerji (K)
- Öteleme Kinetik enerjisi $K_{öteleme}$
- Dönme Kinetik enerjisi $K_{dönme}$
- Mekanik enerji (E_M)
- Kütle (m, M)
- Süre (t)
- Eylemsizlik Momenti (I)
- Yerçekimi ivmesi (g)
- Yükseklik (h)
- İş (W)

AMAÇ: Bir deneyden alınan sonuçların grafikler halinde nasıl gösterilebileceğinin ve analiz edilebileceğinin öğrenilmesi, analiz sonucu elde edilen matematiksel bağıntılar yardımıyla benzer deneylerin sonuçlarının tahmin edilebilmesi ve hata hesabının öğrenilmesi.

DENEY

Tablo-1’de bir deneyden alınan ölçüm sonuçları verilmiştir. Deneyde aynı hacimli dört büyük silindirik kap kullanılmıştır. Kapların tabanlarına çapları farklı büyüklüklerde dairesel delikler açılmıştır. Her denemede kaplara farklı yüksekliklerde su konulmuş ve kapların boşalma sürelerinin su miktarına nasıl bağlı olduğu araştırılmıştır. Her ölçüm bir kaç kez tekrarlanmış ve kapların boşalma sürelerinin ortalamaları alınmıştır. Kullanacağınız tüm deneysel veriler Tablo-1’de verilmiştir. Amaç, deney sonuçlarını grafikler halinde ifade ederek, analiz etmek ve benzer deney sonuçlarını, deney yapmadan tahmin edebilmektir.

Tablo-1

d (cm) \ h(cm)	30	10	4	1
1.5	73.0 s	43.5 s	26.7 s	13.5 s
2	41.5 s	23.7 s	15.0 s	7.2 s
3	18.3 s	10.5 s	6.8 s	3.7 s
5	6.8 s	3.9 s	2.2 s	1.5 s

ANALİZ

Veriler grafiklerle gösterilirse benzer bir deneyin sonucunu kestirmek ve olayla ilgili matematiksel bağıntıyı bulmak çok kolaydır. Böyle bir analizde birbirinden bağımsız değişkenler, değişkenlerden biri sabit tutularak ayrı ayrı incelenir. Örneğin, bu deneyde kabın boşalma süresinin (t), önce su yüksekliği (h) sabit tutularak delik çapı (d) ile sonra delik çapı sabit tutularak su yüksekliğiyle değişimini inceleyerek, olayla ilgili matematik bir bağıntı bulunabilir.

A) h =sabit için inceleme

1. Önce sabit bir su yüksekliğini (örneğin $h=30$ cm) seçin.
2. Delik çapına bağlı olarak kabın boşalma süresinin grafiğini çizin. Grafiği çizerken değişkeni (d delik çapı) yatay ekseninde, fonksiyonu (t boşalma süresi) dikey ekseninde ($t=f(d)$ grafiği)

gösterin. Eksenler üstünde yapacağınız okumaların sağlıklı olması için grafiğinizi kâğıdın en az yarısını kaplayacak şekilde çizip, işaretlediğiniz noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.

Soru: Eğriyi çizmenin tek bir yolu mu var, yoksa aynı noktalardan geçen farklı eğriler de çizilebilir mi?

3. Bir grafikte ölçülen noktalar arasında bulunan ama ölçümü yapılmamış bir noktadaki değerini grafikten okunmasına **interpolasyon**, ölçülen noktalar dışında kalan herhangi bir noktadaki değeri okumaya **ekstrapolasyon** yapmak denir. Buna göre, deliğin çapının $d=4\text{cm}$ ve $d=8\text{cm}$ olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini grafikten okuyun. Sizce hangi değer daha güvenilirdir?

$d=4\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

$d=8\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

4. Biraz daha kesin olmak için, t ve d arasında bir bağıntı bulmak gerekir. t ile d arasındaki grafik t 'nin $\frac{1}{d^2}$ ile orantılı olduğunu ima eder. Şimdi de uygun bir ölçek seçerek $\frac{1}{d^2}$ 'nin t ile

değişimini gösteren grafiği ($t=f(\frac{1}{d^2})$ grafiği) Tablo-2'deki değerler yardımıyla çizin.

Tablo-2

$1/d^2$ (cm^{-2}) \ h(cm)	30	10	4	1
0.44	73.0 s	43.5 s	26.7 s	13.5 s
0.25	41.5 s	23.7 s	15.0 s	7.2 s
0.11	18.3 s	10.5 s	6.8 s	3.7 s
0.04	6.8 s	3.9 s	2.2 s	1.5 s

5. Çizdiğiniz grafiğin eğimini bulup, grafikte seçtiğiniz yükseklikteki su için t ile d arasındaki bağıntıyı gösteren bir denklem yazın.

$$t = \dots\dots\dots \frac{1}{d^2}$$

6. Bulduğunuz denklemden deliğin çapının $d=4\text{cm}$ ve $d=8\text{cm}$ olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini hesaplayın.

$d=4\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

$d=8\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

7. Bu değerleri daha önce grafikten okuduğunuz değerlerle kıyaslayın. Size göre hangi değerler daha güvenilirdir?

8. Diğer su yükseklikleri için, denklemin doğru olup olmadığını sınamak amacıyla aynı grafik üstüne $h=10\text{cm}$, $h=4\text{cm}$ ve $h=1\text{cm}$ için de t ile $\frac{1}{d^2}$ 'ye ait grafikleri ($t=f(\frac{1}{d^2})$ grafikleri) izin.

Nasıl bir sonuca varıyorsunuz?

B) d =sabit için inceleme

1. Şimdi deliğin çapını sabit tutarak t 'nin h ile nasıl değiştiğini araştırın. Bunun için, tabanında $d=1,5\text{cm}$ çaplı delik bulunan kabı ele alın. Su yüksekliğini (h) yatay eksen de, boşalma süresini (t) düşey eksen de ($t=f(h)$ grafiği)gösterin. Yine noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.

2. Bu eğrinin başlangıç noktasından (orijin) geçip geçmediğine karar verin.

3. $h=20\text{cm}$ ve $d=4\text{cm}$ durumunda kabın boşalma süresinin t 'nin $\frac{1}{d^2}$ 'ye göre grafiğinden nasıl bulunacağını tartışarak hesaplayın.

$t = \dots\dots$

4. t ile h arasında bir bağıntı elde etmek için basit bir yol yoktur. Bu durumda, t 'nin h^n ile orantılı olup olmadığını araştırmak en iyi yoldur. Eğer t ; h^n ile orantılıysa $\log t$ de $n \log h$ ile orantılı olmalıdır. O halde tam logaritmik kâğıda $d=1,5\text{cm}$ çaplı delik bulunan kap için $t=f(h)$ grafiğini çizin.

5. Logaritmik kâğıda izdiğiniz grafiğin eğimini bulun.

Eğim= $\dots\dots$

6. Bulunan eğim, t 'nin h 'ın kaçıncı kuvveti ile orantılı olduğunu yani " n "yi verecektir. Bulduğunuz eğimi kullanarak t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

Denklem: $\dots\dots\dots$

7. t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı bir kez de $\ln t$ 'nin $\ln h$ 'a göre grafiğini ($\ln t = f(\ln h)$) çizerek bulun. Bunun için $\ln t = f(\ln h)$ grafiğinin eğimini hesaplayıp, t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

Eğim = Denklem:

8. Her iki yöntemle bulunan sonuçları kıyaslayın.

C) h =sabit ve d =sabit için yapılan inceleme sonuçlarının birleştirilmesi

h =sabit ve d =sabit için yapılan incelemelerden

$$t \propto \frac{1}{d^2} \quad \text{ve} \quad t \propto \sqrt{h} \quad \longrightarrow \quad t \propto \frac{\sqrt{h}}{d^2}$$

sonuçlarına ulaşılmış olmanız gerekir. O halde kabın boşalma süresinin h ve d 'ye bağlılığı

$$t = k \frac{\sqrt{h}}{d^2} \quad (1)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. Denklem (1)'de k orantı sabitidir.

1. İyi bilinen t , d ve h değerlerini kullanarak Denklem (1) yardımıyla k orantı sabitini hesaplayın.

$k = \dots$

2. k sabitinin daha güvenilir bir değerini elde etmek için t 'nin $\frac{\sqrt{h}}{d^2}$ 'ye göre değişimini gösteren grafiği ($t = f(\sqrt{h}/d^2)$ grafiği) çizin. Grafiğin eğimini alarak k orantı sabitini bulun.

$k = \dots$

3. İki yöntemle elde ettiğiniz k sabitlerini karşılaştırın ve hangi yöntemin sizce daha güvenilir olduğunu belirtin.

4. Denklem (1)'den $h=20\text{cm}$ ve $d=4\text{cm}$ durumu için kabın boşalma süresini hesaplayın.

$t = \dots$

5. Daha önce B bölümü 3. maddede bulduğunuz sonuçla, şimdi bulduğunuz süreyi kıyaslayın.

6. Sizce hangi sonuç daha güvenilirdir?

D) Hata hesabı

Doğrudan ölçmelerde yapılan hata, hesaplanan bütün fiziksel büyüklüklere yayılır. Bir z fiziksel büyüklüğünün, x ve y gibi bağımsız olarak ölçülebilen iki fiziksel büyüklüğe

$$z = f(x, y) \quad (2)$$

ifadesiyle bağılı olduğunu kabul edelim. z fiziksel büyüklüğü üstünde yapılan Δz mutlak hata, x yerine $x + \Delta x$ ve y yerine $y + \Delta y$ konulduğunda

$$\Delta z = f(x, y) - f(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

değişimine eşit olur. Bu değişim, Denklem (2) ifadesinin diferansiyeli alınarak bulunur:

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right| \Delta y \quad (3)$$

Bağılı hatayı hesaplamak için önce Denklem (2) ifadesi $\ln z = \ln f(x, y)$ şeklinde yazılır sonra diferansiyeli alınır:

$$\frac{\Delta z}{z} = \left| \frac{\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}}{f(x, y)} \right| \Delta x + \left| \frac{\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}}{f(x, y)} \right| \Delta y \quad (4)$$

Soru: Denklem (3) ve (4)'de niçin mutlak değer ifadesi kullanılır?

Ölçümlerini N kez tekrarladığımız gerçek bir deneyde standart sapma,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |x - \bar{x}|^2}{N}} \quad (5)$$

hata olarak kabul edilir. Burada x fiziksel niceliğin ölçülen değeri, \bar{x} ölçümlerin ortalama değeridir.

Soru: Yukarıda incelediğiniz deneyde uzunluklar sürgülü kompasla, zaman ise süreölçer ile ölçülmüştür. Sürgülü kompas ile yapılan bir ölçümde hatayı $\pm \Delta x = 0,01 \text{ cm}$, süreölçer ile yapılan ölçümlerde yapılan hatayı $\pm \Delta t = 0,01 \text{ s}$ alın. Denklem (3)'den yararlanarak mutlak hata

$$\Delta t = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 \sqrt{h}} \Delta h + 2 \frac{\sqrt{h}}{d^3} \Delta d \quad (6)$$

ve denklem (4)'den yararlanarak bağılı hata

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta d}{d} \quad (7)$$

olarak bulunur. Buna göre, Denklem (6)'dan t üstünde yapılan mutlak hatayı ve Denklem (7)'den t üstünde yapılan bağılı hatayı hesaplayın.

AMAÇ:

Hava rayı düzeneği ile Newton hareket kanunlarının gerçekleştirilmesi ve yerçekimi ivmesinin bulunması

GENEL BİLGİLER**Newton Hareket Kanunları:****I) Birinci kanun veya Eylemsizlik kanunu:**

Duran bir cisme bir etki yapılmadıkça harekete geçemeyeceğini, başka bir deyişle sıfır olan hızında bir değişme olmayacağını günlük gözlem ve denemelerimizden biliriz. Maddesel varlıklarda hız değişmelerine karşı koyan büyüklüğe **eylemsizlik** denir.

Cisimlerin bu özelliklerini dikkate alarak Newton'un birinci kanununu şöyle ifade edebiliriz: *Bir cisim üzerine etki eden net kuvvet sıfır (dengelenmiş bir kuvvet) ise, cismin hızında bir değişiklik olmaz, yani cisim durumunu korur. Eğer cisim hareket halinde ise hızını değiştirmeksizin düzgün doğrusal hareketine devam eder; yani doğrultu, yön ve mutlak değer bakımından hızında bir değişiklik olmaz; cisim sükûnette ise bu halini değiştirmez.*

II) İkinci kanun veya Temel kanun:

Bir cisme bir kuvvet etki ettiğinde cismin hızında bir değişiklik olacaktır, birim zamanda hızda meydana gelen değişme ivme olduğundan, cisim ivme kazanmış olacaktır. İkinci kanun kinematik bir büyüklük olan ivme ile dinamik bir büyüklük olan kuvvet arasındaki bağıntıyı oluşturmaktadır.

Masa üzerinde sürtünmesiz olarak hareket edebilecek bir arabaya ince bir ip bağlayarak F_1 kuvveti ile çektiğimizde kazandığı ivme a_1 , aynı cismi F_2 kuvveti ile çektiğimizde kazandığı ivme a_2 olsun. Uygulanan kuvvetle, kazanılan ivme arasındaki oran her zaman sabittir.

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \dots\dots\dots = \text{sabit} \quad (1)$$

İkinci kanunu şöyle ifade edebiliriz: *Sabit bir kuvvetin etkisinde olan bir maddesel nokta sabit bir ivme kazanır.* Başka bir deyişle: bir maddesel noktaya etkiyen kuvvetin, maddesel noktanın kazandığı ivmeye oranı sabittir, bu da maddesel noktanın kütlesine eşittir.

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2)$$

Bu bağıntıya **dinamiğin temel bağıntısı** denir.

Bu bağıntı bize kuvveti tanımlamaktadır. Kuvvet vektörel bir büyüklüktür, doğrultusu ivmenin doğrultusunda, yönü ivmenin yönündedir. Kuvvetin birimi MKS (SI) birim sisteminde NEWTON dur. Tanımı, 1kg'lık kütleyle 1 m/s²'lik ivme kazandıran kuvvettir. CGS sisteminde ise kuvvetin birimi Dyn'dir. 1 dyn, 1 gr kütleyle 1 cm/s² ivme kazandıran kuvvettir.

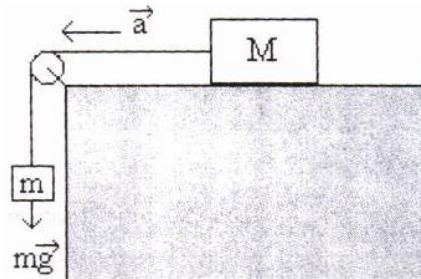
Newton'un ikinci kanunu, birinci kanunu da kapsamaktadır. Bir maddesel noktaya bir kuvvet etki etmiyorsa $F=0$ demektir. Cismin kütlesi olan m sıfır olamayacağına göre, temel denklemden $a=0$ olur. Bunun anlamı, cismin hızında değişiklik olmaz, yani cismin hızı sabit kalıyor demektir.

III) Üçüncü kanun veya Etki-tepki kanunu:

Kuvvet, cisimlerin karşılıklı etkilerinden doğar ve bu nedenle daima çift olarak ortaya çıkar. Bir cisim diğer bir cisme kuvvet uygularsa ikinci cisim de birinciye aynı büyüklükte fakat zıt yönde bir kuvvetle karşı koyar. \vec{F} ve $-\vec{F}$ kuvvetleri iki cismin birbirlerine uyguladıkları kuvvetler ise $\vec{F} = -\vec{F}$ olur. F kuvvetine **etki kuvveti** dersek, F' kuvvetine F in **tepkisi** veya **teпки kuvveti** denir. Etki-tepki ilkesi genel olarak şöyle ifade edilir: Her etkiye eşit ve zıt yönde bir tepki vardır veya iki cismin birbirine karşılıklı etkileri eşit ve zıt yönlüdür.

Yerçekimi İvmesi:

Yerçekimi ivmesi değerinin ölçümünde Newton kanunlarını kullanarak Şekil-2'deki düzeneden yararlanabiliriz.



Şekil-2

Şekil-2'deki sürtünmesiz sistem serbest bırakıldığında, sistem a ivmesini kazanır. (2) bağıntısı ile

$$a = \frac{F}{m + M} = \frac{mg}{m + M} \quad (3)$$

bulunur. Serbest bırakılan M kütesinin t süresi içinde aldığı yol ($s=l$ =aracın boyu)

$$s = \frac{1}{2} at^2 \quad (4)$$

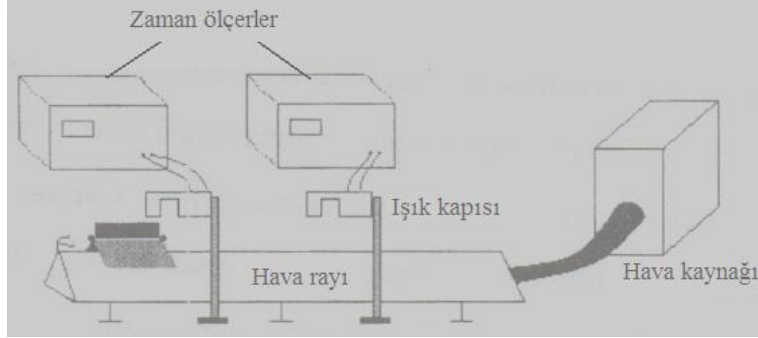
kullanılarak yerçekimi ivmesi için

$$g = \frac{(m + M)}{mt^2} 2s \quad (5)$$

yazılır.

DENEY

1. Işık kapıları Şekil-3'teki gibi yerleştirilir. Ray eğimsiz olacak şekilde vidalı ayaklar yardımıyla su terazisi kullanılarak ayarlanır.



Şekil-3

Newton Hareket Kanunları:

I) Newton' un 1. Kanununun Uygulanması:

1. Şekil-3'teki rayın bir ucuna lastik yansıtıcı yerleştirilir ve zaman ölçerler sıfırlanır. Işık kapısı ile yansıtıcı arasına yerleştirilen araca yansıtıcıdan dönebileceği şiddette küçük bir itme verilir. Dönen aracın her iki ışık kapısından geçiş süreleri (t_1 , t_2) zaman ölçerlerden okunarak Tablo-1'e işlenir.

2. Aracın boyu (l) ölçülür ve

$$v = \frac{l}{t} \quad (6)$$

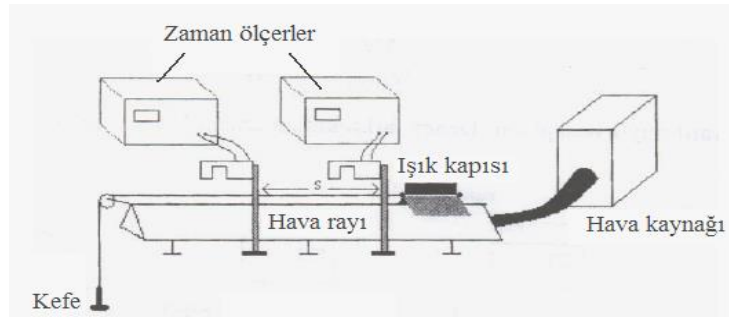
bağıntısı kullanılarak her iki kapıdan geçiş hızı (v_1, v_2) hesaplanır, sonuçlar Tablo-1'e işlenerek karşılaştırılır. Deney farklı kütleli araçlarla tekrarlanır.

Tablo-1

m (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	l (m)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)

Hava kaynağı çalışırken araç hareketsiz kalacak şekilde ray üzerine yerleştirilir ve hareketi gözlemlenir.

II) Newton' un 2. Kanununun Uygulanması:



Şekil-4

1. Rayın bir ucuna makara takılır. Kefe ip vasıtasıyla araca takılarak makara üzerinden sarkıtılır (Şekil-4).
2. Araç, şekildeki konuma yerleştirildikten sonra zaman ölçerler sıfırlanır ve araç serbest bırakılır.
3. Aracın her iki kapıdan geçiş süreleri (t_1 , t_2) zaman ölçerlerden okunarak Tablo-2'ye işlenir. Kefeye 10'ar g lık kütleler ilave edilerek ölçümler tekrarlanır.
4. Araç boyu l ölçülür.
5. (6) bağıntısı kullanılarak aracın her iki kapıdan geçiş hızları (v_1, v_2) hesaplanarak, kareleri alınıp Tablo-2'ye işlenir.
6. Işık kapıları arasındaki mesafe (s) ölçülür ve

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \quad (7)$$

bağıntısı kullanılarak aracın ivmesi (a) hesaplanır ve Tablo-2'ye işlenir.

Tablo-2

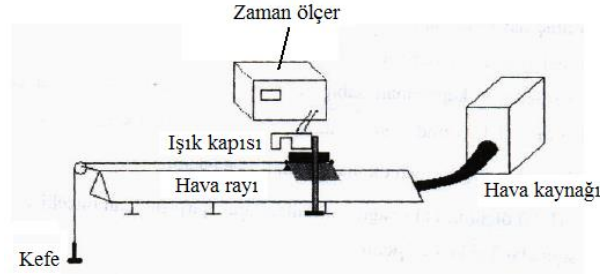
m_{kefe} (kg)	F (N)	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1^2 (m/s) ²	v_2^2 (m/s) ²	a (m/s ²)	M_{sistem} (kg)	$M_{araç}$ (kg)
0,02								
0,03								
0,04								
0,05								
0,06								
0,07								
								$(M_{araç})_{ort}$

7. (1) bağıntısı kullanılarak sistemin (araç+kefe) kütlesi M_{sistem} bulunur. $M_{sistem} = M_{araç} + m_{kefe}$ bağıntısı kullanılarak $M_{araç}$ hesaplanır.

8. Kullanılan aracın kütlesinin ortalama değeri $(M_{araç})_{ort}$ alınarak deneyde yapılan bağıl hata (8) denklemi yardımıyla hesaplanır.

$$\frac{\Delta M}{(M_{araç})_{gerçek}} = \frac{|(M_{araç})_{gerçek} - (M_{araç})_{ort}|}{(M_{araç})_{gerçek}} \quad (8)$$

Yerçekimi İvmesinin Bulunması:



Şekil-6

1. Şekil-6'daki tek ışık kapılı ve makaralı düzenek kurulur. Araç ışık kapısının tam sınırında duracak şekilde tutulur. Sayıcı sıfırlanır ve araç bu noktadan serbest bırakılır. Geçiş süresi (t) Tablo 3'e işlenir.
2. Kefeye 10 g'lık kütleler ilave edilerek ölçümler tekrarlanır.
3. Araç boyu (l) ölçülür. (5) bağıntısı kullanılarak yerçekimi ivmesi (g) hesaplanır ve bağıl hata bulunur.

Tablo-3

$l_{\text{araç}} (m)$	$M_{\text{araç}} (kg)$	$m_{\text{kefe}} (kg)$	$t_{\text{geçiş}} (s)$	$g (m/s^2)$
		0,02		
		0,03		
		0,04		
		0,05		
		0,06		

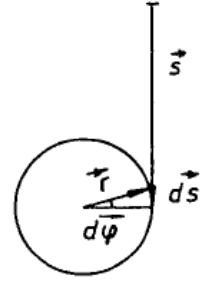
Sorular:

1. Eylemsiz referans sistemi nedir? Açıklayınız.
2. Kütle, ağırlık ve kuvvet kavramlarını açıklayınız.

AMAÇ: Maxwell diski kullanılarak sistemin mekanik enerjisinin incelenmesi ve Maxwell diskinin eylemsizlik momentinin belirlenmesi.

GENEL BİLGİLER

Açısal Hız ve Açısal İvme: Bir eksen etrafında dönmekte olan katı bir cismin dönme ekseninden r kadar uzaktaki m kütleli bir parçası, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile hareket eder. Çizgisel hız r yarıçapına her noktada diktir. Cismin konumunu belirleyen φ açısına karşılık gelen çizgisel yol ise $s=r \varphi$ olduğundan, cismin çizgisel hızının şiddeti



Şekil-1

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

olarak verilir. (1) bağıntısındaki açının zamanla değişme hızına **açısal hız** denir. Birimi rad/s'dir ve

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{r} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Çizgisel hız vektörel bir büyüklük olduğuna göre, (2) bağıntısından açısal hızın da vektörel bir büyüklük olduğu anlaşılır. (2) bağıntısının türevi alınarak çizgisel ivme

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \quad (3)$$

olarak elde edilir. Açısal hızın zamanla değişme hızına **açısal ivme** denir ve

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

olarak verilir. Birimi rad/s²'dir. Buna göre, dönen cismin α açısal ivmesi ile a_t teğetsel ivmesi arasında

$$a_t = r\alpha \quad (5)$$

ilişkisi vardır. Ayrıca, teğetsel ivme vektörel bir fiziksel nicelik olduğundan, açısal ivme de vektörel bir büyüklüktür.

Eylemsizlik Momenti: Bir cismin dönme hareketine karşı gösterdiği direncin ölçüsüne **eylemsizlik momenti** denir. Bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen katı bir cisimi oluşturan tüm parçacıklar, belirli kinetik enerjilere sahiptir. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan m kütleli bir parçacık, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile dönerken

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \quad (6)$$

ile ifade edilen bir kinetik enerjiye sahip olacaktır (Şekil-1). Dolayısıyla, dönme ekseninden farklı uzaklıklarda bulunan çok sayıda parçacıktan oluşmuş katı bir cisim için (6) ifadesi

$$K = \frac{1}{2}(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots)\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\sum_i m_i r_i^2\right]\omega^2 \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı kesikli sistemler (parçacıklar sistemi) için geçerlidir. (7) bağıntısındaki

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (8)$$

ifadesine yani parçacıkların kütleleri ile dönme eksenine olan uzaklıklarının karelerinin çarpımlarının toplamına **eylemsizlik momenti** denir. Diğer taraftan, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (8) bağıntısındaki toplam, integrale dönüşür ve tüm cisim üzerinden integral alınarak eylemsizlik momenti

$$I = \int r^2 dm \quad (9)$$

şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla eylemsizlik momenti, cismin hem şekli ve kütle dağılımına hem de dönme eksenine bağlıdır. Eylemsizlik momentinin SI sistemindeki birimi $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 'dir. Buna göre, bir eksen etrafında dönmekte olan bir cismin, (9) ile verilen toplam kinetik enerjisi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (10)$$

olur. (10) denkleminde görüldüğü gibi eylemsizlik momenti büyüdükçe, cismin dönme hareketi yapabilmesi için daha fazla iş yapması gerekir.

Düzgün Bir Cismin Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi: Belirli bir geometrik şekle sahip olmayan bir cismin eylemsizlik momentinin (9) bağıntısı yardımıyla hesaplanması oldukça zor iken, basit şekilli katı cisimlerininki gayet kolaydır. Örneğin, R yarıçaplı M kütleli düzgün bir diskin merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momenti,

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (11)$$

ile verilir.

Mekanik Enerji: Mekanik enerjinin korunumu yasasına göre bir sisteme sadece korunumlu kuvvetler etkiliyor ise sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetler sisteme etkidiği zaman mekanik enerji korunmaz. Yalıtılmış bir sistemi analiz ettiğimizde enerjinin tüm biçimlerini hesaba kattığımız zaman sistemin toplam enerjisini bulabiliriz. Yalıtılmış bir sistemin toplam enerjisi daima sabittir. Yani yalıtılmış (kapalı) bir sistemde dışarı ile enerji alış verişi olmadığı için toplam enerjinin değeri değişmez. Enerji ancak bir biçimden diğerine dönüştürülebilir. Bu fenomen, eğer korunumlu bir sistemin kinetik enerjisi bir miktar artar veya azalır ise potansiyel enerjinin de aynı miktarda azalacağı veya artacağı anlamına gelmektedir.

$$\Delta E_K + \Delta E_P = 0 \quad (12)$$

Bir sistemin toplam mekanik enerjisi o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamıdır ve hareket boyunca sabittir.

$$E_K + E_P = E_M \quad (13)$$

Tekerlek gibi büyük bir cisim, kendi eksenini etrafında döndüğünde, herhangi bir anda cismin farklı kısımları farklı hız ve ivmelere sahip olacağından, bu cismin hareketini bir parçacık gibi düşünerek analiz edemeyiz. Bu cismi her biri kendi hız ve ivmesi ile hareket eden pek çok parçacıktan oluşmuş bir sistem olarak kabul etmek uygundur.

Dönen katı bir cismin toplam kinetik enerjisi onun kütle merkezine öteleme kinetik enerjisinin ve dönme kinetik enerjisinin toplamına eşittir.

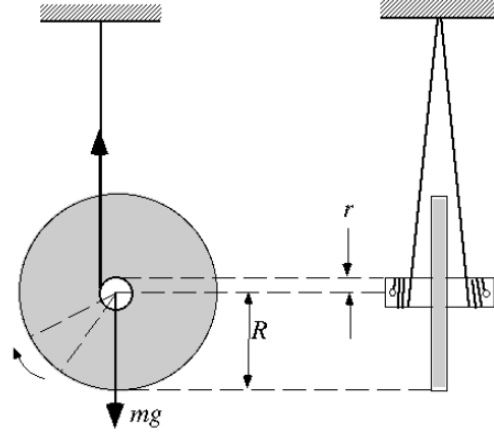
$$E_{\dot{o}} + E_D = E_K \quad (14)$$

$$E_{\dot{o}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{\textit{Öteleme Kinetik Enerjisi}}$$

$$E_D = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \text{\textit{Dönme Kinetik Enerjisi}}$$

Kendi eksenini üzerindeki iki ip üzerinde gravitasyonel alanda dönebilen Maxwell diskinin ait olduğu sistemi düşünelim (Şekil-2). m diskin kütlesi, I dönme eksenini etrafındaki eylemsizlik momenti, ω açısal hızı ve v öteleme hızı olmak üzere; diskin toplam mekanik enerjisi; E_P potansiyel enerjisi, $E_{\dot{o}}$ öteleme enerjisi ve E_D dönme enerjisinin toplamı olarak yazılır.

$$E_M = E_P + E_{\dot{o}} + E_D = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (15)$$



Şekil-2

Bu durumda sistemin toplam enerjisi;

$$E_M = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mgh + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)v^2 \quad (16)$$

Sistemin toplam enerjisi zamanla değişmediğinden, türevi;

$$\frac{dE_M}{dt} = mg \frac{dh(t)}{dt} + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right) \frac{d}{dt} [v(t)^2] = mgv(t) + \left(m + \frac{I}{r^2}\right)v(t) \frac{dv(t)}{dt} = 0 \quad (17)$$

Sistemin hızı aşağıdaki eşitlik ile elde edilebilir.

$$v(t) = \frac{1}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)} mgt = \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}\right)t \quad (18)$$

Düşey yer değiştirme; (1) bağıntısı kullanılarak

$$h(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}\right)t^2 \quad (19)$$

olarak elde edilir.

Böylece Maxwell tekerleğinin eylemsizlik momenti;

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h(t)} - 1\right) \quad (20)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.



DENEY

1. Çözüük durumda olan Maxwell diskinin eksenini, destek kolu üzerindeki vida yardımı ile ayarlayınız.
2. Diski eksenini yardımı ile dikkatli bir şekilde yukarı doğru sarınız ve serbest bırakma anahtarını açık durumda iken anahtarı, diskin çevresinde bulunan deliğe yerleştiriniz.
3. Destek kollarının yanında bulunan cetvel yardımı ile diskin h , düşey yer değiştirme uzaklığını ölçünüz.
4. Serbest bırakma kolunu kullanarak Maxwell diskini mekanik olarak serbest bırakınız. Bu durumda disk serbest kaldığında sayaç çalışmaya başlayarak tekerleğin serbest bırakıldığı andan ışık kapısına girene kadar geçen zamanı ölçecektir. Ölçtüğünüz h uzaklığı ve sayaçtan okuyacağınız t süresini Tablo-1'e işleyiniz.

5. Tablo-1 yardımı ile $h=f(t)$ grafiğini çiziniz. Bu grafiğin eğiminden Maxwell tekerleğinin ortalama hızını belirleyiniz ve Tablo-1'e işleyiniz.

6. Her bir ölçüm için $I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h(t)} - 1 \right)$ denklemi ile kütlesi

$m = 0,436 \text{ kg}$ ve ekseninin yarıçapı $r = 2,5 \text{ mm}$ olan Maxwell tekerleğinin eylemsizlik momentini hesaplayınız ve Tablo-2'ye işleyiniz.

7. $v(t) = \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} \right) t$ ve $\omega = \frac{v}{r}$ denklemlerini kullanarak Maxwell

tekerleğinin doğrusal ve açısal hızını hesaplayınız ve Tablo-2'ye işleyiniz.

$h(m)$	$t(s)$
$v_{\text{grafik}}(m/s)$	

Tablo-1

8. Tablo-2 yardımı ile $v=f(t)$ grafiğini çiziniz. Bu grafiğin eğiminden Maxwell tekerleğinin ortalama eylemsizlik momentini belirleyiniz ve Tablo-2'ye işleyiniz.

Tablo-2

$h(m)$	$t(s)$	$I(kgm^2)$	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$
$I_{ortalama}(kgm^2)=$		$I_{grafik}(kgm^2)=$		

9. Maxwell tekerleğinin potansiyel enerjisini, öteleme kinetik enerjisini, dönme kinetik enerjisini ve mekanik enerjisindeki değişimi hesaplayınız ve Tablo-3'e işleyiniz.

Tablo-3

$h(m)$	$E_P(J)$	$E_{\dot{O}}(J)$	$E_D(J)$	$\Delta E_M(J)$

10. $E_P=f(t)$, $E_{\dot{O}}=f(t)$ ve $E_D=f(t)$ grafiklerini çiziniz ve bu grafikleri karşılaştırınız.

SORULAR:

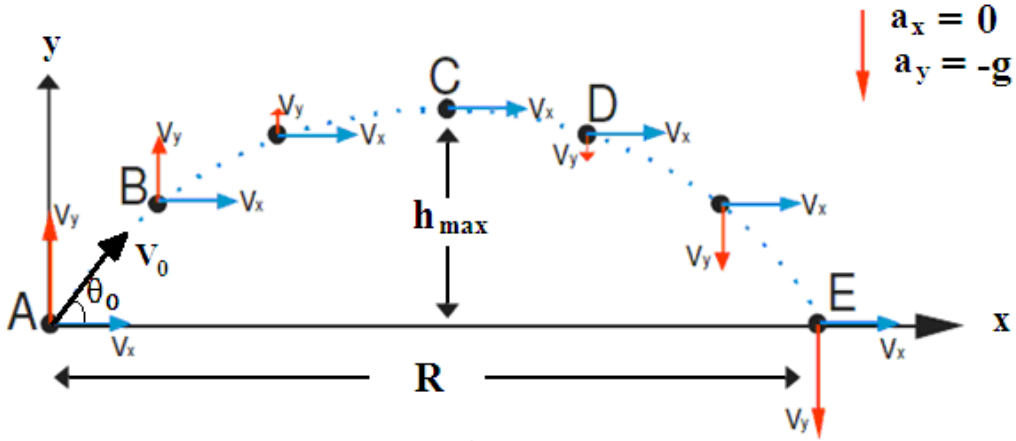
1. Mekanik enerji nedir? Bir sistemin mekanik enerjisi hangi şartlar altında korunur?
2. Öteleme, dönme ve yuvarlanma hareketi yapan bir silindir için farklı noktalarındaki hız vektörlerini çizerek hareketini açıklayınız!
3. Eylemsizlik momenti 950 g.cm^2 , kütlesi 120 g , dönme ekseninin yarıçapı $3,2 \text{ mm}$ ve üzerinde bulunduğu ipin uzunluğu 120 cm olan bir yo-yo oyuncakını düşünelim.
 - a) Yo-yo'nun çizgisel ivmesi nedir?
 - b) Yo-yo ne kadar süre sonra ipin sonuna ulaşır?
Yo-yo ipin sonuna ulaştığında,
 - c) Çizgisel hızı,
 - d) Öteleme kinetik enerjisi,
 - e) Dönme kinetik enerjisi ve
 - f) Açısal hızı nedir?

AMAÇ:

1. Eğik atış hareketinin incelenmesi.
2. Atılan cismin menzil uzaklığının ölçülmesi ve hesaplanan menzil uzaklığı ile karşılaştırılması.
3. Yerçekimi ivmesinin hesaplanması.
4. Enerji korunumu ve açısal momentum korunumu ilkelerini kullanarak balistik sarkaca saptanan bilyenin hızının ölçülmesi.

GENEL BİLGİLER**EĞİK ATIŞ HAREKETİ**

Eğik atış hareketi; Yatayla belli bir açı yapacak şekilde bir ilk hızla atılan bir cismin düşeyde aşağıdan yukarıya doğru düşey atış, yatayda ise sabit hızlı hareketinin 2 boyutlu bir düzlem üzerinde bileşik parabolik hareketidir. Bu hareketlerde hava direncinin etkisini ihmal ettiğimizde hareket boyunca parçacığa etki eden tek kuvvet yerçekimi kuvveti olup (g =yerçekimi ivmesi) , sabit ve aşağıya doğrudur. Bu durumda; ivmenin yatay bileşeni, a_x sıfır ve ivmenin dikey bileşeni, a_y ise $-g$ dir.



Şekil-1 Eğik atış yapan noktasal bir cismin izlediği yol.

Parçacığın $t=0$ anında bulunduğu konumu $x_0=0$, $y_0=0$, ve hızı v_0 olarak alırsak,

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$

(2)

denklemlerini elde ederiz. Herhangi bir t anında, ($t \neq 0$) hız bileşenleri;

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 = \text{sabit (yatay hız bileşeni)} \quad (3)$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (\text{dikey hız bileşeni}) \quad (4)$$

denklemleri ile ifade edilir. Herhangi bir t anında cismin konumunun x ve y bileşenleri ise;

$$x = v_0 \cos \theta_0 t \quad (5)$$

$$y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (6)$$

denklemleri ile ifade edilir. (5) numaralı denklemden t 'yi çekip 6 numaralı denklemde yerine

yazarsak, $y = \tan \theta_0 x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}$ denklemini elde ederiz. Bu denklem ise bir parabol

denklemdir ve cismin parabolik bir hareket yaptığını gösterir.

Eğik atışta incelenmesi gereken bir konu da, parçacığın maksimum yüksekliği (h_{max}) ve menzili (R) dir.

Cisim h_{max} yüksekliğine ulaştığında, düşeydeki hızı (V_y) sıfır olur ve koordinatları ($R/2, h_{max}$) olur. Cismin bu yüksekliğe ulaşılması için geçen süre (t_h)

$$t_h = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} \quad (7)$$

denklemini ile hesaplanır. Bundan sonra maksimum yükseklik (6) nolu denklemde " t " yerine " t_h ", " y " yerinde " h_{max} " konularak

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \quad (8)$$

olarak elde edilir.

R (menzil) ise cismin atıldığı nokta ile yere çarptığı nokta arasında " x " ekseninde aldığı toplam yoldur. Bu esnada koordinatları ($R, 0$) olur. Yere çarpma anına kadar geçen süre $2t_h$ olduğundan, (5) nolu denklem kullanılarak menzil

$$R = 2(v_0 \cos \theta_0)t_h \quad (9)$$

ile ifade edilir.

(7) denklemini (9) denkleminde yerine yazılıp ve gerekli düzenlemeler yapıldığında

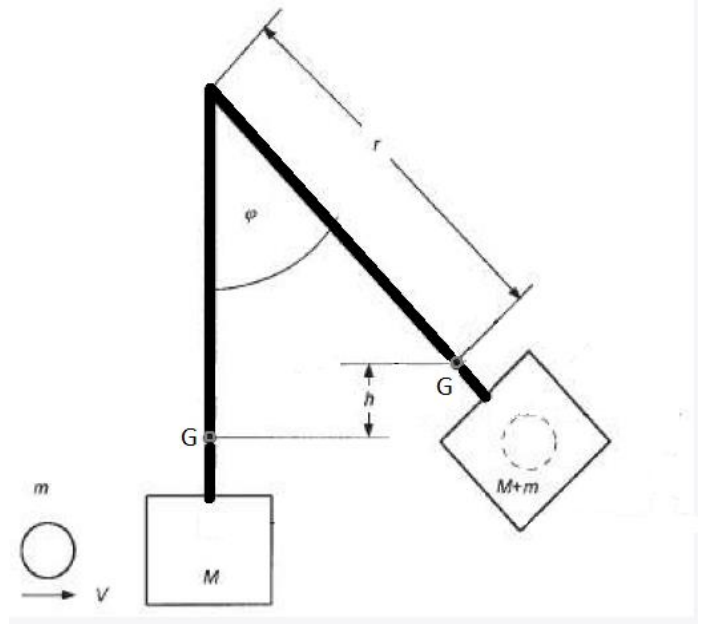
$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \quad (10)$$

halini alır.

BALİSTİK SARKAÇ

Bir merminin hızını belirlemenin klasik bir yöntemi, bu mermiyi kütlece daha büyük olan bir sarkaca fırlatmaktır. Bu süreçte, mermi sarkaca saplanır ve onun salınmasına sebep olur. Bu fenomen **balistik sarkaç** ismiyle anılır. Bu olay aslında basitçe, esnek olmayan bir çarpışmadır.

Deney için kullanılan denklemleri üretmek için, sarkacın kütlesi M ve sarkaç tarafından yakalanan bilyenin kütlesi m 'nin, ortak ağırlık merkezlerinin bulunduğu yerde tek bir kütle noktası olarak hareket ettiği yaklaşımı yapılır. Daha sonra sarkacın hareketsiz pozisyonundaki (ilk durum) potansiyel enerjisini sıfır seçerek salınımın en yüksek noktasındaki (ikinci durum) potansiyel enerji yazılır.



Şekil 1

$$U = (m + M)gh \quad (11)$$

Burada g yerçekimi ivmesi, h ise ağırlık merkezinin, ilk durum ve ikinci durum arasındaki yükseklik farkıdır.

Şekil 1'den $h = (1 - \cos\phi)r$ yazılarak (11) bağıntısı,

$$U = (m + M)g(1 - \cos\phi)r \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. Mekanik enerji korunumundan dolayı, bu potansiyel enerji bilyenin ilk durumdaki sarkaca çarptıktan hemen sonraki sarkaç sisteminin kinetik enerjisine eşit olmalıdır.

$$K = \frac{1}{2}(m + M)v_p^2 \quad (13)$$

Burada v_p sarkaç sisteminin çarpışmadan hemen sonraki hızıdır.

Çarpışmadan hemen sonraki momentum ifadesi $p = (m + M)v_p$ ve (13) bağıntısı kullanılarak

$$p = \sqrt{2(m + M)K} \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir.

Çarpışmadan önce sarkaç hareketsizdi. Momentumun korunumu ilkesi gereği, çarpışmadan önceki bilyenin momentumunun büyüklüğü,

$$p = mv \quad (15)$$

çarpışmadan hemen sonraki sarkaç sisteminin momentumunun büyüklüğüne, yani (15) bağıntısına eşit olmalıdır. Özetle, momentumun korunumu ilkesi gereği (15) bağıntısı ve (14) bağıntısı birbirine eşitlenir ve toplam mekanik enerji korunumu gereği kinetik enerji K yerine (12) bağıntısındaki potansiyel enerji U ifadesi yazılırsa; bilyenin çarpışmadan önceki hızı,

$$v = \frac{m+M}{m} \sqrt{2g(1 - \cos\varphi)r} \quad (16)$$

ifadesi ile elde edilir.

Esasında, buraya kadar ele alınan balistik sarkaç için yapılan teorik türetmeler, belirli bir idealleştirmeye dayanmaktadır. Yani, (16) bağıntısı yalnızca yaklaşık olarak geçerlidir, ancak pratik amaçlar için yine de çok faydalıdır.

Şimdi, kesin bir değerlendirmeye nasıl ulaşılabileceğini göstermek için başlangıç olarak, kinetik enerji için (13) bağıntısı, bir fiziksel sarkacın dönme kinetik enerjisi denklemi ile değiştirilmelidir.

$$K_{dönme} = \frac{1}{2} I\omega^2 \quad (17)$$

Burada, I sarkacın bilye ile birlikte olan eylemsizlik momenti, ω ise açısal hızdır.

Açısal momentum $L = I\omega$ ifadesini burada yerine koyarsak

$$L = \sqrt{2IK_{dönme}} \quad (18)$$

bağıntısını elde ederiz. Bu açısal momentum, bilyenin sarkacın dönme noktasına göre olan çarpışmadan önceki açısal momentumu L_b 'ye eşit olmalıdır. Yakalama anında bilyenin dönme noktasından olan uzaklığı r_b ise,

$$L_b = mr_b^2 \omega_b = mr_b v \quad (19)$$

olarak elde edilir. Açısal momentum korunumu ilkesi gereği, (18) ve (19) bağıntıları birbirine eşittir. (12) bağıntısı da göz önüne alındığında bilyenin çarpışmadan önceki hızı,

$$v = \frac{1}{mr_b} \sqrt{2I(m+M)g(1-\cos\varphi)r} \quad (20)$$

olarak bulunur.

Fiziksel bir sarkacın eylemsizlik momenti I , salınımın periyodu T 'nin ölçülmesi ile aşağıdaki bağıntı kullanılarak elde edilir.

$$I = \frac{(m+M)grT^2}{4\pi^2} \quad (21)$$

Sonuçta (20) bağıntısı,

$$v = \frac{(m+M)r}{m} \frac{gT}{r_b 2\pi} \sqrt{2(1-\cos\varphi)} \quad (22)$$

halini alır. Şimdi, yaklaşık sonuç veren (16) bağıntısı v_{app} olarak ve tam sonuç veren (22) bağıntısı v_{ex} olarak adlandırılırsa, bu iki sonuç bir düzeltme faktörü (f_{cor}) kullanılarak,

$$v_{app} = f_{cor} v_{ex} \quad (23)$$

şeklinde birbirine bağlanırsa, bu düzeltme faktörü

$$f_{cor} = \frac{T}{2\pi r_b} \sqrt{rg} \quad (24)$$

olarak bulunur.

r_m , matematiksel sarkacın uzunluğu olmak üzere periyod için $T = 2\pi \sqrt{\frac{r_m}{g}}$ bağıntısı kullanılırsa, bu formül daha açıklayıcı hale gelir.

Bu ifade (24) bağıntısında yerine yazılırsa, düzeltme faktörü için

$$f_{cor} = \frac{\sqrt{r_m r}}{r_b} \quad (25)$$

sonucu elde edilir.

DENEY

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

1. Sistem deneye hazır hale getirilir. Top atış mekanik sistemi 3 kademedan oluşmaktadır.
2. Sırası ile her 3 kademe için R menzil uzaklığı ölçülür. İlk olarak çelik bilye 1. Kademeye yerleştirilir ve farklı açılar için atış yapılır. Bilyenin masa üzerindeki karbon kâğıt üzerinde düştüğü noktada bıraktığı iz ile atış noktası arasındaki mesafe cetvel yardımıyla ölçülerek menzil uzaklığı belirlenir. İlk hız cihaz üzerinden okunur ve Tablo 1'e işlenir. Bu işlem en az 4 farklı açıda tekrarlanır.

Tablo 1

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

3. 2. kademe ölçümler tekrarlanır ve Tablo 2'e işlenir.

Tablo 2

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

4. 3. kademe ölçümler tekrarlanır ve Tablo 3'e işlenir.

Tablo 3

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

5. (10) numaralı denklem yardımıyla R menzil mesafeleri hesaplanır ve ilgili tablolara işlenir.

6. Tablo 4'deki verilerden faydalanarak $R=f(\sin 2\theta)$ grafikleri çizilir ve (10) numaralı denklem yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.

Tablo 4

<i>Kademe</i>	<i>R (m)</i>	<i>2θ</i>	<i>Sin2θ</i>
1			
2			
3			

7. 2. ve 3. kademelerde atışlar yapılarak, maksimum h yüksekliği ölçülür. Ölçüm için ilk önce atılan açı ve kademe için topun maksimum yüksekliğe geldiği konum belirlenir ve o konuma cetvel dikey bir şekilde yerleştirilir.
8. Atılan çelik bilyenin çıkabileceği maksimum yükseklik cetvel yardımıyla okunup Tablo 5'e işlenir.
9. Farklı açılar için deney tekrarlanır. Ölçüm sonuçları Tablo 5'e işlenir.
10. (8) numaralı denklem yardımıyla h yüksekliği hesaplanır ve Tablo 5'e işlenir.

Tablo 5

<i>Atış açısı</i>								
<i>Kademe</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>v₀ (m/s)</i>								
<i>h (m)(ölçülen)</i>								
<i>h (m)(hesaplanan)</i>								

11. Tablo 5'deki verilerden yararlanılarak Tablo 6 doldurulur ve $h=f(\sin^2\theta)$ grafikleri çizilir.
(8) numaralı denklem yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.

Tablo 6

<i>Kademe</i>	<i>h (m)</i>	<i>θ</i>	<i>$\sin^2\theta$</i>
2			
3			

BALİSTİK SARKAÇ

1. Şekil 2'de verilen deney sisteminde atışın güvenli olması için bilyeyi, yaylı mancınık kurulmadan önce halka şeklindeki mıknatısa yerleştiriniz.

2. Bilyeyi yerleştirip ortaladıktan sonra üç kademedan oluşan yaylı mancınığın tetiğini istenilen kademeye getirip kilitleyiniz.



Şekil 2

3. Tetiği serbest bıraktığınızda yaylı mancınık tarafından itilen bilye, sarkacın en alt tarafındaki kutucuğa hapsolür ve sarkaçla birlikte hareket eder. Bu olay, aslında esnek olmayan bir çarpışmadır.

4. Maksimum genliğe eriştikten sonra hareket yönünü değiştiren sarkacın bu maksimum genlikte yaptığı açı φ 'yi, takip çubuğunu kullanarak belirleyiniz.

5. Bilyenin çarpışmadan hemen önceki hızı v 'yi ise direkt olarak hızölçerden okuyunuz.
6. Deneyi tahta bilye ve metal bilye kullanarak her kademe için iki kez gerçekleştiriniz.

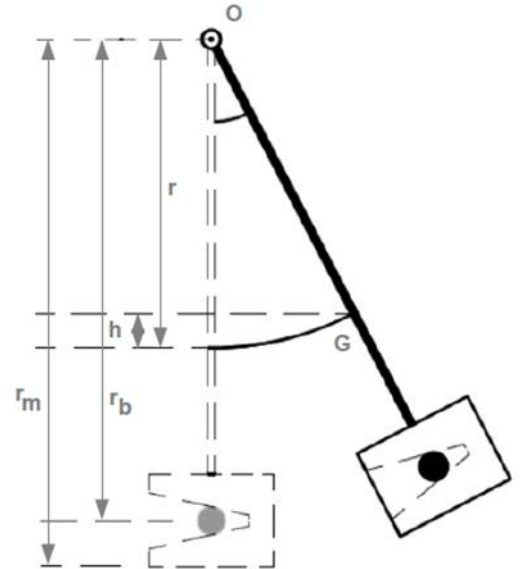
Tablo 1

	Tahta Bilye		Metal Bilye	
	φ	v (m/s)	φ	v (m/s)
1. Kademe-1. Ölçüm				
1. Kademe-2. Ölçüm				
2. Kademe-1. Ölçüm				
2. Kademe-2. Ölçüm				
3. Kademe-1. Ölçüm				
3. Kademe-2. Ölçüm				

7. Tablo-1'deki değerlerin her bir kademe için ortalamasını alarak Tablo-2'ye işleyiniz.

8. (22) bağıntısını, $v = \frac{(m+M)}{m} \frac{r}{r_b} \frac{gT}{2\pi} \sqrt{2(1 - \cos\varphi)}$, kullanarak bilyelerin çarpışma öncesi hızlarını yaptığımız deneyden bulduğunuz açıların ortalama değerlerini kullanarak hesaplayınız. Bulduğunuz sonuçları Tablo-2'deki v_{deney} sütunlarına ekleyiniz.

9. (22) bağıntısındaki periyod ifadesi için $T = 2\pi \sqrt{\frac{r_m}{g}}$ bağıntısını kullanınız. Bağıntıdaki diğer bilinmeyen değerler olan m ve M kütlelerini hassas terazide tartarak; r_m , r_b ve r uzunluklarını ise yanda verilen görselden yararlanıp sarkaç üzerinde ölçüm yaparak belirleyiniz. Burada r , sarkaç-bilye sisteminin ortak ağırlık merkezinden dönme noktasına olan uzaklıktır. Sarkaç-bilye sisteminin ortak ağırlık merkezini, sarkacı yatay konumda bir ip üzerinde dengeye getirerek bulabilirsiniz.



10. Son olarak, çarpışma öncesi hızölçerden direkt okunan hızların ortalamalarını v_{ort} ve deney yardımı ile bulunan hızlar v_{deney} değerlerini kullanarak bağıl hata hesabı yapınız.

Tablo 2

	Tahta Bilye			Metal Bilye		
	φ_{ort}	v_{ort} (m/s)	v_{deney} (m/s)	φ_{ort}	v_{ort} (m/s)	v_{deney} (m/s)
1. Kademe						
2. Kademe						
3. Kademe						

SORULAR

1. Farklı yerçekimi ivmesine sahip ortamlarda aynı açı ve hız ile eğik atılan özdeş cisimlerin uçuş sürelerini, maksimum yüksekliklerini ve menzillerini kıyaslayınız.
2. Eğik atış deneyinde maksimum menzile ulaşmak için cisim hangi açı ile fırlatılmalıdır? Neden?
3. Bir futbolcunun vurduğu top 30 m/s ilk hızla ve yatayla 37° açı altında yükseliyor.
 - a. Topun hareket denklemlerini yazınız.
 - b. $t=1s$ anında topun konum ve hız bileşenleri ne olur?
 - c. Maksimum yüksekliğe kaç saniyede çıkar?
 - d. Topun maksimum yüksekliği ne kadardır?
 - e. Top ne kadar uzağa düşer?

DAİRESEL HAREKET VE AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

AMAÇ: Çembersel yörünge üzerinde dönen bir cisme etkiyen merkezci kuvvetin incelenmesi ve çembersel yörünge üzerinde dönen bir noktasal kütle için dönme eksenine olan uzaklığı değiştirilerek açısal momentumun korunumu kanununun incelenmesi.

GENEL BİLGİLER

1. Merkezci Kuvvet: r uzunluklu bir ipe bağlı m kütleli bir cisim, yatay çembersel bir yörüngede döndürüldüğünde cisim üzerine etkiyen kuvvet,

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2 \quad (1)$$

olur. Burada v teğetsel, ω açısal hızdır ($v=r\omega$). Hızı bulmak için, periyot (bir dönme için geçen zaman), T , ölçülmelidir.

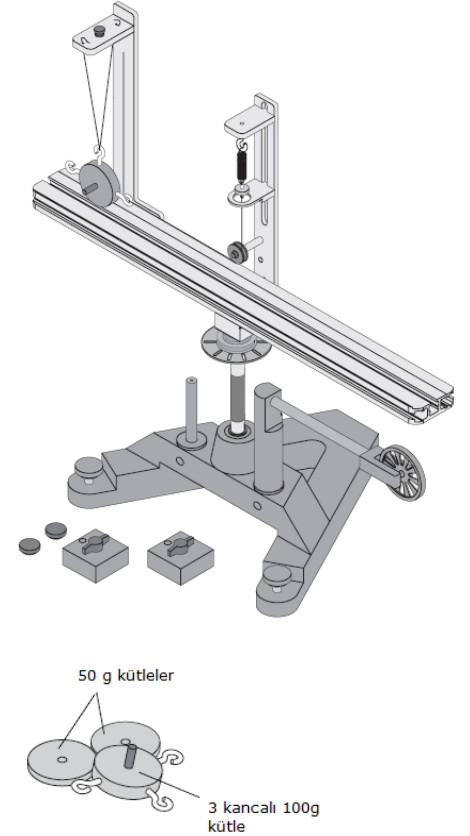
Buradan,

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (2)$$

olur. Merkezci kuvvet,

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \quad (3)$$

bulunur.



Şekil-1. Deney Düzenegi

2. Açısal Momentumun Korunumu:

Cismin döndüğü yörünge yarıçapı küçültüldüğü zaman açısal momentum korunur.

$$L = I_i \omega_i = I_s \omega_s \quad (4)$$

Buradaki I_i ve ω_i , başlangıçtaki eylemsizlik momenti ve açısal hızdır. Son açısal hız,

$$\omega_s = \frac{I_i}{I_s} \omega_i \quad (5)$$

şeklinde olur. Eylemsizlik momentini deneysel olarak bulmak için, bilinen bir tork cisme uygulanır ve açısal ivme hesaplanır. $\tau = I\alpha$ olduğundan,

$$I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (6)$$

α , açısal ivmesi, a/r 'ye eşittir. τ , torku düzeneğin altındaki kasnağa bağlı bir ipile, bu ipe asılı kütlelerin ağırlığı ile oluşur.

$$\tau = r.T \quad (7)$$

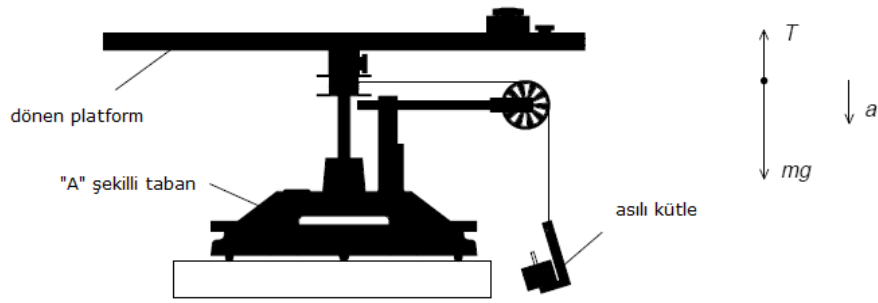
burada r , (ipin etrafına dolandığı) kasnağın yarıçapıdır. T , düzener dönerken ipteki gerilmedir. Newton'un 2. kanununu asılı kütleye uygularsak,

$$\Sigma F = mg - T = m.a \quad (8)$$

İpteki gerilme,

$$T = m(g - a) \quad (9)$$

olur. m kütleli cismin çizgisel ivmesi hesaplandığında, eylemsizlik momenti için gerekli tork ve açısal ivme bulunmuş olur.



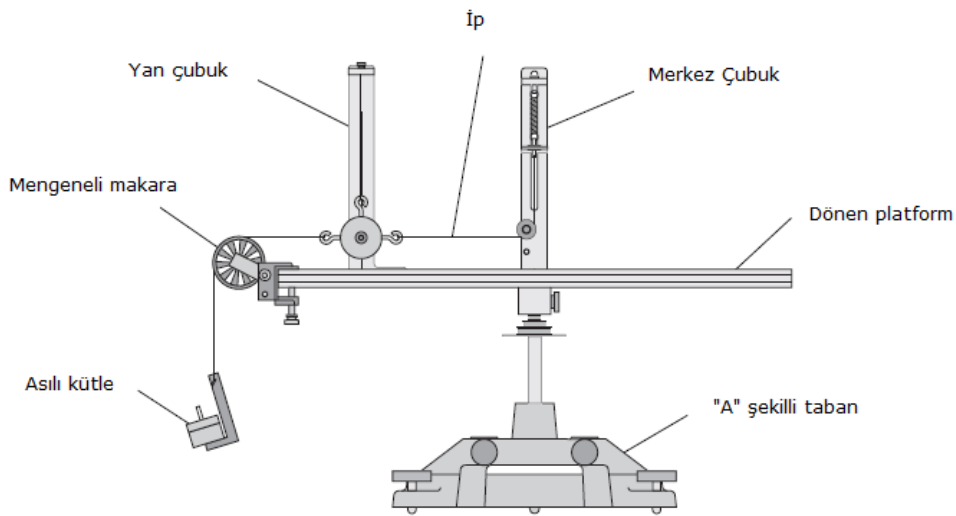
Şekil-2. Dönme düzeneği ve serbest cisim diyagramı

DENEY

Deneye başlamadan önce, “A” tipi tabanın denge ayarı, üzerindeki vidalar ve su terazisi yardımıyla **mutlaka** yapılmalıdır. Aksi halde deney boyunca alınan veriler hatalı olur.

A. Merkezil Kuvvetin Hesaplanması

1. Yan çubuğun üzerine Şekil 3’teki gibi üç kancalı cismi asın.
2. Mengeneli makarayı yan çubuğa yakın bir şekilde yolun sonuna bağlayın ve bu makara üzerinden sarkacak şekilde takmak için başka bir cisim alın. Bu sarkan cismin kütleini ($m \sim 50,3$ g) ve üç kancalı cismin kütleini ($M \sim 106,7$ g) kontrol ederek Tablo 1’e yazın.



Şekil-3

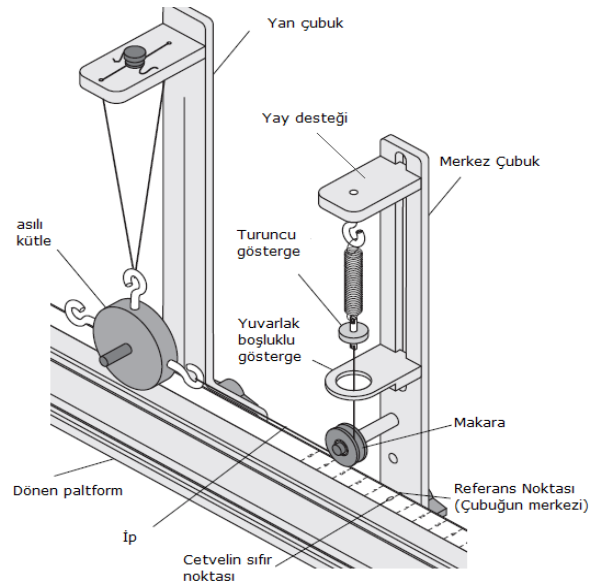
3. Daha sonra bu kütleli mengeneli makara üzerinden sarkan kancaya takın ve ipin diğer ucunu yan çubuk üzerinde asılı halde duran üç kancalı kütlelerin kancasına takın. Bu, sabit bir merkezil kuvvete karşılık gelecektir.

Tablo-1

M: Üç kancalı cismin kütle (kg)				
m: Makaradan sarkan kütle (kg)				
Yarıçap (m)	Açısal hız (rad/s)	T: Periyot (s)	T ² (s ²)	Merkezil Kuvvet (N)

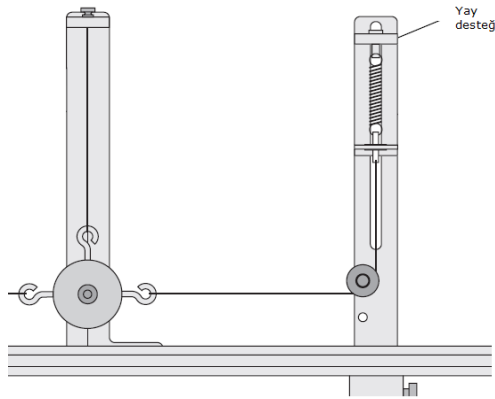
4. Merkez çubuk üzerindeki turuncu göstergenin ucundaki ipi de yine üç kancalı kütlelin diğer kancasının üzerine takın (bu şekilde göre sağdaki kanca). İp, “merkez çubuk” üzerindeki makaranın altından geçerek turuncu göstereye gitmelidir.

5. Yan çubuk sağa sola sürüklenerek merkezindeki çizgi ile cetvel üzerinde bir yarıçap seçilir. Yan çubuğun üzerindeki vida sıkılarak konumu sabitlenir ve dik olduğundan emin olunur. Bu yarıçap değeri Tablo 1’e işlenir.



Şekil-4

6. Merkez çubuk üzerindeki yay desteğini vidası yardımıyla yukarı ve aşağı yönde hareket ettirerek yan çubuk üzerindeki cisim dikey olarak tutulmalıdır. Sağdaki yan çubuk üzerindeki yay desteği yukarı ve aşağı yönde hareket ettirilerek soldaki yan çubuk üzerindeki cisim Şekil 5’teki gibi tutulmalıdır.



Şekil-5

7. Merkez çubuktaki yuvarlak boşluklu göstereyi üzerindeki vida yardımıyla yukarı aşağı hareket ettirerek turuncu gösterge ile aynı hizaya getiriniz.
8. Makaradan sarkan kütle ($m \sim 50$ g'lık kütle) kaldırın.
9. Bilgisayarda “Data Studio” programını çalıştırın. “Deney yarat” üzerine tıklayın. “Science workshop 750 interface” cihazı üzerindeki kanallardan hangisi kullanılıyorsa programda ilgili kanaları 1, 2, 3 ve 4 nolu kanallardan seçerek işaretleyin.
- 10 “Algılayıcı seç” ekranından “dairese hareket sensörü” nü seçin.
11. “Deney Kurulumu” penceresindeki “ölçümler” sekmesinde ölçülmek istenilen veri tipi ve kanal numarasını seçin. Örneğin, “Hız, Knl 1&2” gibi.
12. Deneyde periyodu bulabilmek için açısal hızı okumamız gerekmektedir. Açısal hızı okuyabilmek için, “Deney Kurulumu” ekranında “Ölçümler” sekmesinde sadece “Açısal hız, Knl 1&2” kutucuğunu işaretleyin. Birimi “rad/s” olarak değiştirin. Soldaki “Ekranlar” kısmında “Grafik” üzerine tıklayın. Veri almak için bilgisayarınız hazır haldedir.
13. Düzeneği ani itmeler vermeden dönme ekseninden iki elinizle tutarak döndürmeye çalışın. Hız arttıkça turuncu gösterge hareket edecektir. Bu arada açısal hızı okuyabilmek için açısal hız-zaman grafik ekranında aynı zamanda “BAŞLAT” tuşuna basarak açısal hızı ölçmeye başlayın. Merkez çubuk üzerinde turuncu gösterge yuvarlak boşluklu göstereyi ortalayana kadar platformu çevirmeye devam edin. Tam ortaladığı zaman, yan çubuk üzerinde asılı cismi destekleyen ip ilk durumundaki gibi dik olacaktır ve bundan dolayı asılı cisim istenilen yarıçapta tutulacaktır. Bunu gözlediğiniz zaman programda başlat sekmesine bir daha basarak programı durdurun.
14. Bu dengelenme olayının gözleendiği durumdaki açısal hız değerini grafik üzerinden açısal olarak, hareketin periyodu hesaplayın ($\omega = 2\pi/T$) ve Tablo 1’e işleyin.
15. “Yan çubuğu” yeni bir yarıçapa hareket ettirin ve yukarıdaki süreci tekrarlayın. Bunu en az 4 farklı yarıçap için tekrarlayın.

Hesaplama:

1. Makaranın üzerinden asılan ağırlık, yay tarafından uygulanan merkezci kuvvete eşit olur. Makaradan sarkan kütle değerini (m), g ile çarparak bu kuvveti bulun ve Tablo 2’e yazın.
2. Tablo 1’deki periyot değerlerinin karesini alın (T^2) ve üçüncü sütuna yazın.
3. Yarıçapın, periyodun karesine göre değişim grafiğini çizin. Çizdiğiniz $r=f(T^2)$ grafiği doğrusal çıkacaktır.
4. Veriler boyunca en uygun doğruyu çizin ve çizginin eğimi ölçün. Eğim, Tablo 1’e yazın.

5. $r = \left(\frac{F}{4\rho^2 M}\right)T^2$ denklemini ve $r=f(T^2)$ grafiğinin eğimini kullanarak F merkezci kuvvetini

hesaplayın. $y=f(x)$, $y=mx+n$, $n=0$ olduğundan eğim; $m=F/4\pi^2 M$ ve $F=4\pi^2 Mm$ 'e eşit olacaktır. Buradan hesapladığınız merkezci kuvvet değerini Tablo 2'ye yazın.

6. Merkezci kuvvet için bağıl hatayı " $B.H = \left(\frac{mg - F_{\text{grafik}}}{mg}\right)$ " bulun ve Tablo 2'ye işleyin.

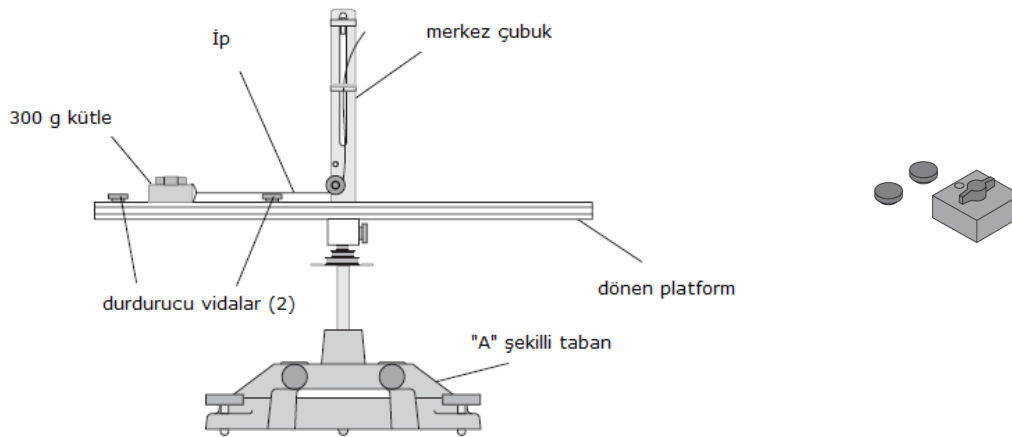
Tablo-2

Merkezci kuvvet, $F = mg$ (N)	
Eğimden bulunan merkezci kuvvet, F_{grafik} (N)	
Yüzde bağıl hata (%)	

B. Açısal Momentumun Korunumu

B1. Deney setinin hazırlanması: Açısal hız ölçümü

1. Şekil 6'daki düzeneği kurun.



Şekil-6

2. Durdurucu vidayı, metal yolun üzerine, ~5 cm yazılı yere vidalayın. Bu vida, kare kütle kaydığı anda, durdurucu görevi görür.

3. Kare kütle üzerindeki delik merkez çubuğa bakacak şekilde yola takın.

4. İkinci durdurucu vidayı, kare kütle ardından yola takıp cetvel üzerinde ~20 cm mesafesine vidalayın. Kare kütle bu iki durdurucu vida arasında serbestçe hareket edebilmelidir.

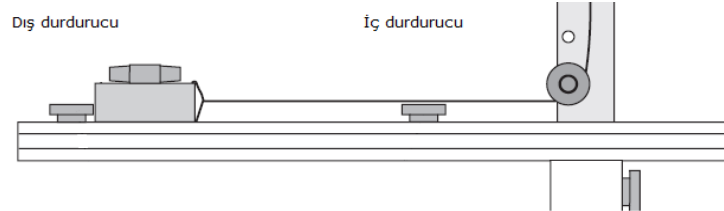
5. Yay ve takılı olduğu yay desteğini, turuncu gösterge ile beraber düzenden çıkarın.

6. Kare kütle üzerindeki deliğe bir ip takın, bu ipi merkez çubuk üzerindeki makarının etrafından ve yuvarlak delikli gösterge çubuğunun içinden geçirin.

7. Bilgisayar programında açısal hızın ölçülmesi için gerekli ayarlamaları yukarıdaki kısımda anlatıldığı gibi hazırlayın. Programda “BAŞLAT” düğmesine basarak ölçümü başlatın.

8. Merkez çubuk üzerindeki ipi tutun.

9. Kare kütleyi dış durdurucunun yanında tutun. Buradan ilk konum için açısal hız ω_i bulunur. Bunun için metal yola hafif bir dönme verin. Yaklaşık 25 veri noktası alındıktan sonra ipi yukarı doğru çekin böylece kare kütle dış durdurucudan iç durdurucuya doğru kayar.



Şekil-7.

10. İpi yukarıda tutmaya devam edin ve 25 veri noktası daha alın. Daha sonra zamanı durdurun.

11. İpi çekmeden hemen önceki açısal hız değeri ile hemen sonraki açısal hız değerini grafikten alıp Tablo 3' e yazın. Bu ölçümü en az üç kez tekrarlayın ve değerleri Tablo 3'e yazın.

Tablo-3

	dış durdurucu (cm) =	iç durdurucu (cm) =
	Açısal Hızlar (rad/s)	
Deneme	ω_{ilk} (dış durdurucuda)	ω_{son} (iç durdurucuda)
1		
2		
3		

Eylemsizlik Momentinin Ölçümü

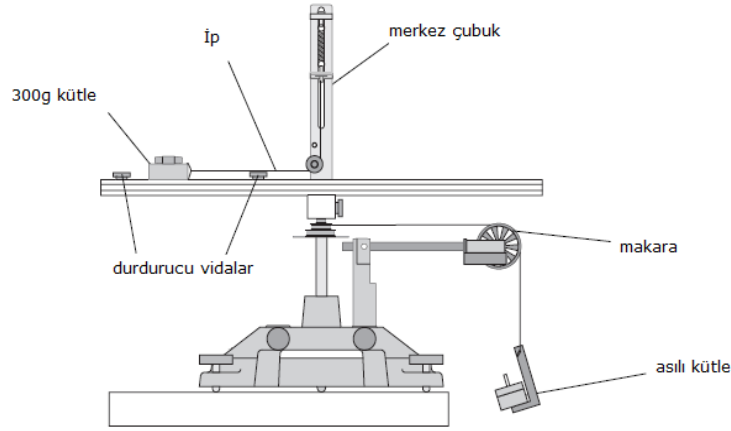
1. Eylemsizlik momenti ölçülürken deney düzeneği Şekil 8'deki gibi olacaktır.
2. Bir önceki sete ilave olarak makara ve üzerinden sarkan kütle (kefe + kütleler) eklenecektir.
3. Makaradan geçirilecek olan ip dönme eksenindeki kasnağa düzgün şekilde sarılacaktır.
4. İpin dolandığı kasnağın yarıçapı Tablo 4'e yazılacaktır.

Sürtünme Kütlesinin Bulunması

1. Yukarıda, eylemsizlik momentinin bulunması ile ilgili denklemde sürtünme ihmal edildiği için, makaranın ucuna düzeneği harekete geçirebilecek kadar bir kütle koyarız. Böylece kinetik sürtünmeyi yenebilmek için ne kadar kütle gerektiğini anlayabiliriz. Bu kütle sürtünme

kütlesi olarak tanımlayabiliriz. Bu anda kütle aşağı doğru inerken sabit bir hıza sahip olması gerekir. Daha sonra “Sürtünme kütlesi”ni sistemi ivmelendiren kütleden çıkaracağız.

2. Bilgisayarda programı çalıştırarak tekrar açısal hız ölçümü yapılacak duruma getirin.



Şekil-8.

3. Kinetik sürtünmeyi yenebilecek kütle miktarını $\omega=f(t)$ grafik ekranından bulacağız.

4. İpin ucundaki kütle miktarını öyle ayarlayın ki zaman içinde hız sabit kalsın. Hızın sabit kalıp kalmadığını hız-zaman grafiğinden takip edin. Böylece $a=0$ ve $T=mg$ olduğu kabul edilir.

5. Bu sürtünme kütlesini Tablo 4’e yazın.

Tablo-4

	Dış durdurucudaki kütle (kg)	İç durdurucudaki kütle (kg)
Sürtünme kütlesi (kg)		
Asılı kütle (kg)		
Eğim (rad/s^2)		
Kasnağın yarıçapı (m)		
Gerilme kuvveti (N)		
Tork (Nm)		
Eylemsizlik momenti (kg m^2)		

Sistemin İvmesinin Bulunması

1. Kancanın ucuna sürtünme kütlesine ek olarak 50 g daha kütle koyun. Önce kare kütlenin dış durdurucuda olduğu durum için açısal hızın zamanla değişim grafiğini elde edin.

2. Bunun için, “Deney Kurulumu” ekranında “Ölçümler” sekmesinde sadece “Açısal Hız, Knl 1&2” kutucuğu işaretli olsun. Soldaki “Ekranlar” kısmında “Grafik” üzerine tıklayın. Veri

almak için bilgisayarınız hazır haldedir. Hız-zaman grafik ekranı karşınıza geldiğinde, “BAŞLAT” tuşu ile süreölçeri çalıştırın.

3. Açısal hızın eğimini bulmak için bilgisayar programından yararlanın. Doğrusal uydurum (linear fit) yaparak eğimi elde edebilirsiniz. Bu değer doğrudan açısal ivmeye eşittir.

4. Son olarak kare kütleli iç durdurucuda (~5 cm) sabitleyip, aynı ölçümleri tekrarlayın ve ölçüm sonuçlarınızı Tablo 4’e yazın.

Eylemsizlik Momenti Hesabı

1. Asılı kütleden sürtünme kütlelerini çıkarın. Böylece sistemi ivmelendiren kütleli bulun.

2. Deneyde sistemi harekete geçiren tork, “ $\tau = r \times F$ ” makaradan sarkan ipin sarılığı olduğu kasnağın yarıçapı ile makaradan sarkan kütleli ipte oluşturduğu gerilme kuvvetinin ($a=0$ olduğundan $T=mg$) çarpımına eşittir. İpteki gerilme kuvvetini ve tork değerini hesaplayarak Tablo 4’e yazın.

3. Grafiğin eğiminden bulduğunuz açısal ivme değerlerini kullanarak, $I = \frac{\tau}{\alpha}$ denklemi ile kare

kütleli iç ve dış durdurucuda bulunduğu her iki durumu için sistemin eylemsizlik momentinin deneysel hesabını yapın ve Tablo 4’e yazın.

4. Tablo 3’teki açısal hız ve Tablo 4’teki eylemsizlik momentini değerlerini kullanarak açısal momentum korunumunu tartışın. “ $L = I_i \omega_i = I_s \omega_s$ ” denkleminde i alt indisi kare kütleli iç durdurucuda, s alt indisi kare kütleli dış durdurucuda olduğu durumlara karşılık gelmektedir.

SORULAR

1. Yarıçap azaltıldığında dönmenin periyodu arttı mı yoksa azaldı mı?

2. Dönen cismin yarıçapı ve kütleli sabit tutulduğunda periyodun arttırılması merkezci kuvveti arttırdı mı yoksa azalttı mı?

3. Cismin kütleli arttırıldığında merkezci kuvvet arttı mı yoksa azaldı mı?

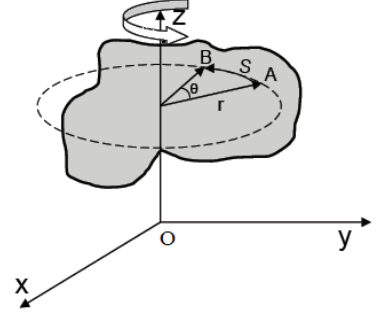
4. İp çekilmeden önce dönme kinetik enerjisini bulun $K_i = \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$, ip çekildikten sonra dönme

kinetik enerjisini bulun $K_s = \frac{1}{2} I_s \omega_s^2$. Hangisi daha büyüktür? Neden?

AMAÇ: Katı cisimlerin eylemsizlik momentinin bulunması.

GENEL BİLGİLER

Açısal Hız ve Açısal İvme: Bir eksen etrafında dönmekte olan katı bir cismin, dönme ekseninden r kadar uzaklığındaki m kütleli bir parçası, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı (yörünge hızı) ile hareket eder. Çizgisel hız r yarıçapına her noktada diktir. Cismin konumunu belirleyen θ açısına karşılık gelen yay uzunluğu (çizgisel yol) ise $s = r\theta$ olduğundan, cismin çizgisel hızının şiddeti



Şekil 1

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

(1) olarak verilir. (1) bağıntısındaki açının zamanla değişme hızına **açısal hız** denir. Birimi **rad/s**'dir ve

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Buna göre (1) bağıntısı

$$v = r\omega \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Diğer taraftan çizgisel hız, vektörel bir büyüklük olduğuna göre, (3) bağıntısından açısal hızın da vektörel bir büyüklük olduğu anlaşılır. (3) bağıntısının türevi alınarak çizgisel (teğetsel) ivme

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

olarak elde edilir. Açısal hızın zamanla değişme hızına **açısal ivme** denir ve

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

olarak verilir. Birimi **rad/s²**'dir. Buna göre, dönen cismin açısal ivmesi ile a_t teğetsel ivmesi arasında

$$a_t = r\alpha \quad (6)$$

ilişkisi vardır. Ayrıca, teğetsel ivme, vektörel bir fiziksel nicelik olduğundan, açısal ivme de vektörel bir büyüklüktür.

Eylemsizlik Momenti: Bir cismin dönme hareketine karşı gösterdiği direncin ölçüsüne **eylemsizlik (atalet) momenti** denir. Bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen katı bir cismi oluşturan tüm parçacıkların, belirli kinetik enerjilere sahip olmaları gerekir. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan m kütleli bir parçacık, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile dönerken

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \quad (7)$$

ile ifade edilen bir kinetik enerjiye sahip olacaktır (Şekil-1). Dolayısıyla, dönme ekseninden farklı uzaklıklarda bulunan çok sayıda parçacıktan oluşmuş katı bir cisim için (7) ifadesi

$$K = \frac{1}{2}(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots)\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\sum_i m_i r_i^2\right]\omega^2 \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı kesikli sistemler için geçerlidir. (8) bağıntısındaki

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (9)$$

ifadesine yani parçacıkların kütleleri ile dönme eksenine olan uzaklıklarının karelerinin çarpımlarının toplamına **eylemsizlik momenti** denir. Diğer taraftan, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (9) bağıntısındaki toplam sembolü yerini integral işaretiyle bırakır ve tüm cisim üzerinden integral alınarak eylemsizlik momenti

$$I = \int r^2 dm \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla eylemsizlik momenti, cismin hem şekline ve kütle dağılımına hem de dönme eksenine bağlıdır. Eylemsizlik momentinin SI sistemindeki birimi **kg.m²**'dir. Buna göre, bir eksen etrafında dönmekte olan bir cismin, (8) ile verilen toplam kinetik enerjisi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (11)$$

olur. (11) denkleminde görüldüğü gibi eylemsizlik momenti büyüdükçe, cismin dönme hareketi yapması için daha fazla iş yapması gerekir.

Düzgün Bir Cismin Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi: Belirli bir geometrik şekle sahip olmayan bir cismin eylemsizlik momentinin (10) bağıntısı yardımıyla hesaplanması oldukça zor iken, basit şekilli katı cisimlerinki gayet kolaydır. Örneğin, R yarıçaplı M kütleli düzgün bir diskin merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momenti,

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \quad (12)$$

ile verilir. İç yarıçapı R_1 , dış yarıçapı R_2 olan bir halkanın eylemsizlik momenti

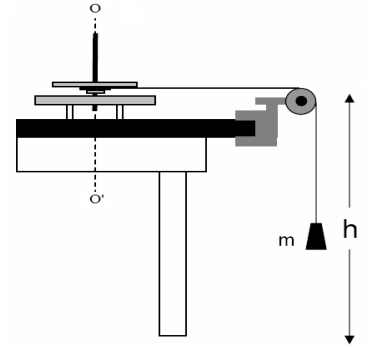
$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2) \quad (13)$$

ile tanımlıdır. Eni a boyu b olan dikdörtgen levhanın eylemsizlik momenti ise

$$I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) \quad (14)$$

dir.

Şekil-2'de şematik olarak gösterilen sistem, düşey bir eksen etrafında dönebilen disk şeklinde bir tabla ile h yüksekliği boyunca düşen bir m_1 kütlesinden oluşmuştur. m kütlesinin ağırlığı r yarıçaplı bir makaraya sarılı olan ipi çekerek, tablayı döndürür. Makaranın kütle merkezi ise OO' dönme eksenini üzerindedir. m kütlesinin belirli bir h yüksekliğini kat ettiği andaki hızı v_1 için, makaranın açısal hızı ω 'ya bağlı olarak



Şekil-2

$$v = r\omega \quad (15)$$

bağıntısı ile yazılabilir. Sistem durgun halden harekete başlarsa $v_0 = 0$ ve $\omega_0 = 0$ olacağından, başlangıçta sistemin kinetik enerjisi sıfırdır. Sistemin enerjisi, m kütlesinin potansiyel enerjisi olan mgh kadardır. m kütlesi h kadar alçalınca, başlangıçta sadece mgh kadar potansiyel enerjisi olan m kütlesi, bu enerjiyi kendi hızlanması (v) ve ipin sarılı olduğu disk şeklindeki tablanın dönmesinden (ω) kaynaklanan kinetik enerjilere dönüştürecektir. Bu durum enerji korunumuna göre,

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I_{\text{tabla}} \omega^2 \quad (16)$$

şeklinde olmalıdır. Sistem sabit bir kuvvetin etkisiyle hareket ettiğine göre, m kütlesinin hareketi düzgün hızlanan doğrusal harekettir. Dolayısıyla hız için

$$v = \frac{2h}{t} \quad (17)$$

yazılabilir. (15), (16) ve (17) denklemleri kullanılarak, tablanın eylemsizlik momenti için

$$I_{\text{tabla}} = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (18)$$

ifadesi elde edilir. Tabla üzerine eylemsizlik momenti belirlenecek bir cisim, kütle merkezi OO' dönme eksenini üzerinde bulunacak şekilde konulduğunda, tabla ve üzerindeki cisimden oluşan sistemin OO' dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ($I_{\text{tabla}} + I_{\text{cisim}}$) olur. Bu durumda sistem, m kütlelerinin ağırlığı ile harekete geçer ve t kadar bir zamanda bu kütle h kadar alçalır. Bu koşulda sistemin eylemsizlik momenti (18) denklemi;

$$I_{\text{tabla}} + I_{\text{cisim}} = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (19)$$

ile verilir. (18) ve (19) bağıntıları kullanılarak I_{cisim} bulunur.

DENEY

Deney düzeneğindeki ipin sarılı olduğu makaranın yarıçapı verniyeli kompasla birkaç kez değişik yerlerinden ölçülür ve Tablo-1'e işlenir. 30 gramlık kütleinin bırakılacağı h yüksekliği ölçülür ve Tablo-1'e eklenir. Kütleinin bu yükseklikten aşağıya iniş süresi 3 kez ölçülüp, ortalaması alınır. Denklem (18) kullanılarak tablanın eylemsizlik momenti hesaplanır. Sonuçlar Tablo-1'e işlenir.

Tablo-1

r(m)	m(kg)	h(m)	t(s)	$I_{\text{tabla}}(\text{kgm}^2)$
			$t_{\text{ort}}=$	

Disk:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine disk yerleştirilir.
2. 30g'lık kütleinin bırakılacağı h yüksekliği ayarlanır. Değerler Tablo 2'ye işlenir.
3. Kütleinin bu yükseklikten aşağıya iniş süresi 3 kez ölçülüp, ortalaması alınır.
4. Denklem (19) kullanılarak tabla ve diskin toplam eylemsizlik momenti olan ($I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$) hesaplanır. 5. Toplam eylemsizlik momentinden ($I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$), tablanın eylemsizlik momenti (I_{tabla}) çıkarılarak diskin deneysel eylemsizlik momenti ($I_{\text{disk}})_{\text{deneysel}}$ hesaplanır.
6. Denklem (12) kullanılarak diskin teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Tüm sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.

Tablo-2

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	$I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$ (kgm^2)	$(I_{\text{disk}})_{\text{deneysel}}$ (kgm^2)	$M_{\text{disk}}(\text{kg})$	$R_{\text{disk}}(\text{m})$	$(I_{\text{disk}})_{\text{teorik}}$ (kgm^2)	$\frac{ I_{\text{teorik}}-I_{\text{deneysel}} }{I_{\text{teorik}}}$
$t_{\text{ort}}=$						

Halka:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine halka yerleştirilir.
2. Disk için yapılan işlemler halka için tekrar edilerek halkanın deneysel olarak eylemsizlik momenti hesaplanır.
3. Halkanın iç yarıçapı R_1 ve dış yarıçapı R_2 ölçülerek, denklem (13) yardımıyla halkanın teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Sonuçlar Tablo-3'e işlenir.

Tablo-3

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	I_{tabla+I_{halka}} (kgm²)	(I_{halka})_{deneysel} (kgm ²)	M_{halka}(kg)	R₁(m)	R₂(m)	(I_{halka})_{teorik} (kgm ²)	$\frac{ I_{teorik} - I_{deneysel} }{I_{teorik}}$
t_{ort}=							

Dikdörtgen Levha:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine levha yerleştirilir.
2. Halka için yapılan işlemler dikdörtgen levha için tekrar edilerek, dikdörtgen levhanın deneysel eylemsizlik momenti hesaplanır.
3. Levhanın kısa kenarı a ve uzun kenarı b ölçülerek, Denklem (14) yardımıyla levhanın teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Sonuçlar Tablo-4'e işlenir.

Tablo-4

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	I_{tabla+I_{levha}} (kgm²)	(I_{levha})_{deneysel} (kgm ²)	M_{levha}(kg)	a(m)	b(m)	(I_{levha})_{teorik} (kgm ²)	$\frac{ I_{teorik} - I_{deneysel} }{I_{teorik}}$
t_{ort}=							

SORULAR:

1. Eylemsizlik momenti öteleme hareketinde hangi fiziksel büyüklüğe karşılık gelir, neden?
2. Bu deney ayda yapılsaydı eylemsizlik momenti değişir miydi? Neden?
3. Düzgün geometrik şekilli katı cisimlerin eylemsizlik momentleri nasıl hesaplanır? Bir örnekle açıklayınız.

AMAÇ

- 1) Bir spiral yayın yay sabitinin belirlenmesi ve basit harmonik hareket yapan bir cismin periyodunun incelenmesi.
- 2) Basit sarkaç yardımıyla yerçekimi ivmesinin belirlenmesi ve sarkaç periyodunun ölçülmesi.

GENEL BİLGİLER

1.1 Basit Harmonik Hareket: Belirli aralıklarla tekrarlanan harekete **periyodik hareket**, sabit bir nokta etrafında periyodik hareket yapan cismin hareketine ise **titreşim hareketi** denir.

Genellikle sinüs veya kosinüs fonksiyonu olarak ifade edilen periyodik hareketlere **harmonik hareket** denir. Böyle bir hareket yapan bir parçacığın hiçbir kuvvetin etkisinde olmadığı konumu **denge konumu** ve herhangi bir andaki konumunun denge konumuna olan uzaklığı da **uzanım** olarak anılır. Parçacığı denge konumuna geri getirmeye çalışan kuvvet, uzanım ile orantılı ise titreşim hareketine **basit harmonik hareket (BHH)** denir.

Bir yaya asılı bir kütlenin denge durumundan uzaklaştırılarak serbest bırakılması sonucu yaptığı hareket BHH'dir. BHH'de parçacığa etki eden geri getirici kuvvet F ve bu kuvvetin yönü y 'nin zıt yönünde olduğundan,

$$F = -ky \quad (1)$$

dir. Bu bağıntıdaki k orantı katsayısıdır. Diğer taraftan, parçacığa bir kuvvet etki ettiğinden Newton'un ikinci kanununa göre bu geri getirici kuvvet,

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad (2)$$

dir. Buradan,

$$-ky = m \frac{dv}{dt} \text{ veya } m \frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0 \quad (3)$$

denklemini yazılabilir. $\omega^2 = k/m$ (ω ; açısal frekans) olmak üzere, bu son denklem

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \quad (3')$$

şeklinde ifade edilir. (3') denkleminde genellikle **harmonik salınıcı (osilatör) denklemi** denir ve çözümü, A bir sabit **genlik**, δ **başlangıç fazı** olmak üzere

$$y = A \sin(\omega t + \delta)$$

şeklindedir.

(4) bağıntısından hareket ederek;

$$v = \frac{d x}{d t} = \omega A \cos(\omega t + \delta) \quad (5)$$

$$a = \frac{d v}{d t} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y \quad (6)$$

elde edilir. Öte yandan açısal frekansın $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğu göz önüne alınırsa, basit harmonik hareketin periyodu da

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (7)$$

olarak bulunur.

1.2 Hooke Kanunu: Esnek bir cisme esneklik sınırları içinde kalmak koşuluyla bir kuvvet uygulandığında cisimde oluşan boyut değişikliği uygulanan kuvvetle orantılıdır. Tek boyutlu kabul edilebilecek bir cisme F kuvvetinin uygulanması halinde boyutundaki $\Delta \ell = y$ değişme miktarı

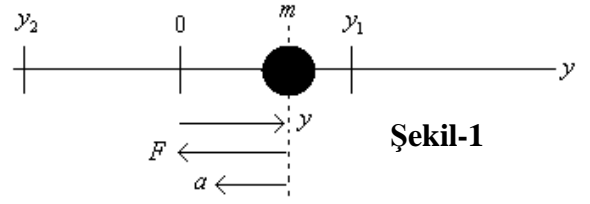
$$F = ky \quad (8)$$

bağıntısı ile verilir. (8) bağıntısındaki k matematiksel anlamda bir orantı katsayısıdır. Newton'un üçüncü kanununa göre cisme etkiyen F kuvvetine cisim de eşit şiddetle fakat zıt yönlü tepki göstereceğinden, tepki kuvveti,

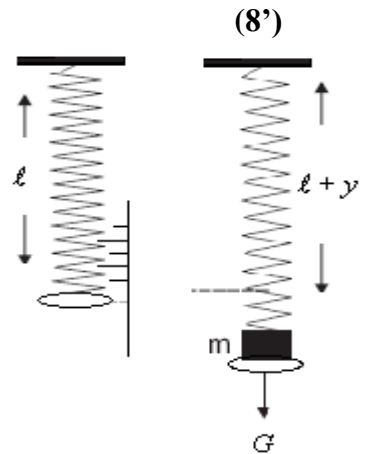
$$F' = -ky$$

şeklinde yazılabilir. Genellikle **Hooke Kanunu** olarak anılan bu son bağıntıdaki F' kuvvetine **geri getirici kuvvet** denir. Bir ucundan asılı boyu ℓ olan hafif bir yayın diğer ucuna m kütlesi asıldığında yay ilk durumdan y kadar uzar (Şekil-2). Bu uzamayı sağlayan m kütlelerinin G ağırlığıdır. Bu nedenle, (8) bağıntısından

$$k = \frac{mg}{y} \quad (9)$$



Şekil-1



elde edilir. Dolayısıyla k orantı katsayısı, spiral yayın **yay sabitidir**.

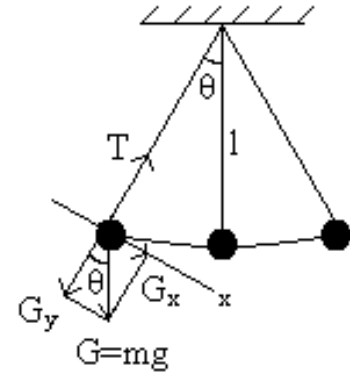
Şekil-2

2.1 Yerçekimi İvmesi: Bilindiği gibi, yeryüzünde fazla yüksek olmayan bir yerden serbest bırakılan bir cisim gittikçe hızlanarak düşer. Cismin bir ilk hızı olmadığına göre harekete geçebilmesi için bir kuvvet gerekir. Bu ise dinamiğin temel prensibine göre, cismin bir ivme kazanmasıyla açıklanabilir. Öte yandan serbest düşen cisim gittikçe hızlandığına göre cismin böyle bir ivme kazandığı açıktır. Cisme etki eden bu ivmeye (g) **yerçekimi ivmesi**, bu ivmenin oluşturduğu (G) kuvvetine de **cismin ağırlığı** denir. Bu takdirde, m cismin kütlesi ise,

$$G = mg \quad (10)$$

dir. Başka bir deyimle G ağırlığı dünyanın cisme etki ettirdiği kuvvettir ve genellikle “gravitasyon” veya **yerçekimi kuvveti** olarak anılır. Ancak **etki-tepki** prensibine göre, dünyanın cisme etki ettirdiği G kuvvetine karşılık cisim de dünyaya, bu kuvvete eşit fakat zıt yönde bir kuvvet etki ettirmelidir.

2.2 Basit Sarkaç: Bir ucundan tespit edilmiş ℓ uzunluğundaki hafif iplikle taşınan m kütleli noktasal bir cismin oluşturduğu düzeneğe **basit sarkaç** denir (Şekil-3). Basit sarkaç denge konumundan küçük bir θ açısı kadar uzaklaştırılıp serbest bırakılırsa mg yerçekimi kuvvetiyle ipteki T gerilmesinin etkisi altında düşey bir düzlemde periyodik salınımlar yapar. (x,y) koordinat eksenleri olarak Şekil-1’de verilen eksenler seçildiğinde mg ’nin x doğrultusundaki bileşeni $mg\sin\theta$, y doğrultusundaki bileşeni ise $mg\cos\theta$ olur. Dolayısıyla ipteki T gerilmesi $mg\cos\theta$ ile dengelenir. $mg\sin\theta$ bileşeni ise, m kütlesini 0 denge durumuna getirmeye çalışan geri getirici kuvvetin şiddeti olup,



Şekil-3

$$F = mg\sin\theta \quad (11)$$

şeklinde ifade edilebilir. θ açısının küçük (5° den küçük) olması halinde, $\sin\theta \approx \theta$ olup, $\theta = x/\ell$ ’dir. Bu durumda geri getirici kuvvet,

$$F = -mg\theta = -mg \frac{x}{\ell} \quad (12)$$

dir. O halde küçük x uzanımları için geri getirici kuvvet uzanımla orantılıdır ($F \propto x$). Dolayısıyla bu şart altında basit sarkacın hareketi **basit harmonik hareket**'tir. Buna göre k orantı katsayısı olmak üzere,

$$F = -kx \quad (13)$$

yazılabilir. (13) bağıntısındaki (-) işareti geri getirici kuvvet olduğunu ifade eder. (12) ve (13) bağıntıları yardımıyla

$$-kx = -mg \frac{x}{l} \text{ veya } k = \frac{mg}{l} \quad (14)$$

yazılabilir. $F = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)$ ile verilen dinamiğin temel bağıntısı yardımıyla

$$-kx = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right) \quad (15)$$

elde edilir. $\omega^2 = \frac{k}{m}$ olmak üzere, (15) bağıntısı

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (16)$$

şekline dönüşür. Bu bağıntı ise basit harmonik hareketin diferansiyel denklemdir. (16) denkleminin çözümü, A bir sabit olan '**genlik**' değeri, δ '**başlangıç fazı**' olmak üzere,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (17)$$

şeklindedir. Ancak başlangıç şartına bağlı olarak, çözüm

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (17')$$

(17') şeklinde de olabilir. Öte yandan $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğundan hareketin periyodu,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (18)$$

ile ifade edilir. Bu bağıntıdan küçük salınımlar için basit sarkaç periyodunun sarkaç cisminin kütesine, salınımın genliğine bağlı olmadığı; sadece sarkaç uzunluğuna ve yerçekimi ivmesine bağlı olduğu anlaşılır.

“Ancak (18) bağıntısı θ açısının küçük olması halinde geçerlidir.”

DENEY 1

1. Spiral yayın ucundaki işaret okunun gösterdiği y_0 değeri okunur ve Tablo-1'e işlenir.
2. Spiral yayın alt ucuna m kütlesi asılır ve denge durumunda işaret okunun gösterdiği y değeri okunur ve Tablo-1'e işlenir.
3. Yayın esneklik sınırları aşılmamak koşuluyla yaya asılan kütleler gittikçe artırılır ve her bir durum için işaret okunun gösterdiği y_n değeri okunarak Tablo-1'e işlenir.

$y_0 = \dots\dots\dots m$

Tablo-1

m (kg)					
y_n (m)	$y_0 =$	$y_1 =$	$y_2 =$	$y_3 =$	$y_4 =$
$y = y_n - y_0$ (m)					
$F = mg$ (N)					
$k = F/y$ (N/m)					
					$k_{ort} =$ (N/m)
					$k_{grafik} =$ (N/m)

4. Her bir durum için F kuvveti ve $k = F/y$ bulunarak Tablo-1'e işlenir.
5. Tablo-1'deki değerler kullanılarak " $F = f(y)$ " grafiği çizilir. Bu eğri (1) bağıntısına göre orijinden geçen doğru olmalıdır. Bu doğrunun eğiminden spiral yayın ortalama yay sabiti k_{grafik} hesaplanır ve Tablo-1'e işlenir.
6. Yayın ucuna bir m kütlesi asılır ve kütle denge durumundan bir miktar aşağıya doğru çekilerek serbest bırakılır. Bu durumda yay ve kütleden oluşan sistem denge durumu etrafında BHH yapar.
7. BHH'in periyodunu belirlemek için birkaç tam salınımlık (yaklaşık 10) süre ölçülür. Ölçüm hatasını azaltmak için bu süre iki kez ölçülür. Bu değerlerden ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.
8. Yaya asılan kütleler gittikçe artırılarak benzer şekilde ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.
9. Tablo-2'deki değerlerden " $T^2 = f(m)$ " grafiği çizilir. Bu eğri (7) bağıntısına göre orijinden geçen bir doğru olmalıdır.

Tablo-2

m (kg)	10T(s)	T _{ort} (s)	T ² (s ²)	k (N/m)

10. Çizilen bu eğriden seçilen iki tane (m, T²) değer çifti için (7) bağıntısı yardımıyla yay sabiti hesaplanır. Sonuçlar Tablo-3'e işlenir.

Tablo-3

m (kg)	T ² (s ²)	k (N/m)
		k _{ort} =

DENEY 2

1. Asılma noktasından sarkaç cisminin kadar olan ℓ' ip boyu bir metre çubuğu ile ve kürenin $2R$ çapı da kompasla ölçülerek sarkacın $\ell = \ell' + \ell_c + R$ uzunluğu hesaplanır. Bu işlem birkaç kez (yaklaşık 3 defa) tekrarlanarak ortalama sarkaç boyu bulunur. Değerler Tablo-4'e işlenir.
2. Sarkaç denge konumundan bir miktar (yaklaşık 5°) ayrılarak salınım yapması sağlanır. Sabit bir noktadan sarkacın aynı yöne doğru ardı ardına iki geçişi bir salınım olmak üzere birkaç salınım (yaklaşık 10°) için geçen süre kronometre ile okunarak sarkaç periyodu bulunur. Bu işlem birkaç defa tekrar edilerek ortalama periyot hesaplanır, Tablo-4'e işlenir.
3. Bu işlemler farklı uzunluklu sarkaçlar (yaklaşık 3 tel) için tekrarlanarak, bulunan değerler Tablo-4'e işlenir.
4. Tablodan yararlanarak $T^2=f(\ell)$ grafiği çizilir. Grafikten bulunan ℓ / T^2 oranı ve (18) ifadesi yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.

5. Yerçekimi ivmesinin bulunulan yerde bilinen değeri yardımıyla g 'nin belirlenmesinde yapılan bağıl hata,

$$\frac{|\Delta g|}{g'} = \frac{|g' - g|}{g'}$$

bağıntısından hesaplanarak Tablo-4'e işlenir.

$\zeta = \dots\dots\dots$	$2R = \dots$ $R = \dots$	$g' = \dots\dots\dots$
---------------------------	-----------------------------	------------------------

Tablo-4

ℓ' (m)	ℓ (m)	10T (s)	T (s)	10T (s) ek kütle	T (s) ek kütle	g (m/s ²)	Δg/g'

6. Sarkaç cismi üzerine ek kütle takılarak periyot iki kez ölçülür bulunan değer, daha önce kullanılan aynı boylu sarkacın periyot değeri ile karşılaştırılarak periyodun kütle ile değişip değişmediği kontrol edilir.

SORULAR:

1. Genlik nedir? BHH'de periyot genliğe bağılımıdır? Periyot hangi büyüklüklerle değişir?
2. Gravitasyonel alan şiddeti $g=G/m$ olarak tanımlanır. Tablo-1'den yararlanarak gravitasyonel alan şiddeti hesaplanabilir mi?
3. Basit harmonik hareket nedir?
4. Yerçekimi ivmesi nelere bağılı olarak değişir?

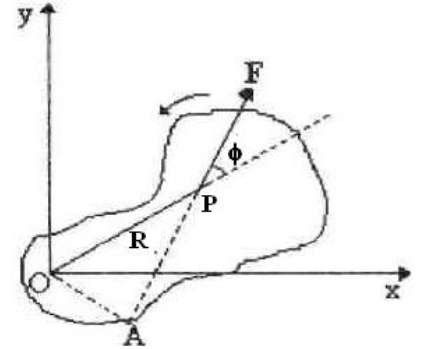
AMAÇ: Esnek bir telin burulma sabitinin bulunması ve burulma sarkacı ile bir cismin eylemsizlik momentinin ölçülmesi.

GENEL BİLGİLER

Dönme Momenti: Bir kuvvet etkisiyle bir cisim bir nokta (O noktası) etrafında dönmeye zorlanırsa, deneyler dönme etkisinin O noktasının kuvvet doğrultusuna olan OA uzaklığı ile başka bir deyimle, $O\bar{A}$ kuvvet kolu ile arttığını göstermektedir (Şekil-1). Cismin kolaylıkla dönebilmesi için $O\bar{A}.F = O\bar{P}.F.\sin\phi$ nin büyük olması gerekir. Bu büyüklüğe **dönme momenti** (tork) denir ve

$$\vec{\tau} = \vec{R} \times \vec{F} \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Dönme momentinin SI sistemindeki birimi N.m dir. O' dan geçen, şekil düzlemine dik olan eksen etrafında dönen bir cismin P noktasına, dolayısıyla cisme etki eden dönme momenti, P de bulunan ve F kuvvetinin etkisi altında aynı eksen etrafında dönen bir parçacığa etki eden dönme momentine eşdeğerdir. Şu halde cismin bu eksen etrafında dt gibi kısa bir sürede dönmesiyle, cismin herhangi bir P noktasının bu sürede dairesel yörüngede aldığı yol $ds = R d\theta$ dır (Şekil-2).



Şekil 1

Bu durumda yapılan iş,

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{ds} = F ds \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = FR \sin\phi d\theta = \tau d\theta \quad (2)$$

dır. Bir eksene göre konumları R_1, R_2, \dots ile belirtilen m_1, m_2, \dots kütleli parçacıklardan oluşan ve bu eksen etrafında dönen bir cismin kinetik enerjisi,

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \dots) \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum m_i R_i^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3)$$

şeklinde ifade edilir (Şekil-3). (3) bağıntısındaki

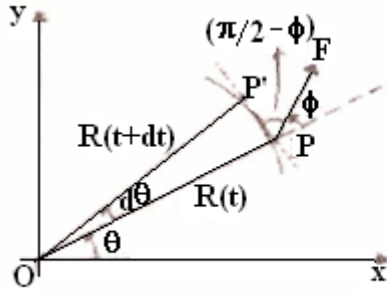
$$I = \left(\sum_i m_i R_i^2 \right) \quad (4)$$

ifadesine cismin bu dönme eksenine göre **eylemsizlik momenti** denir.

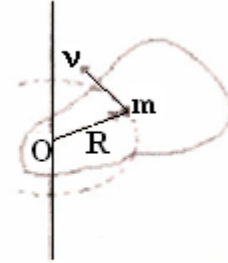
Ancak, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (4) bağıntısı,

$$I = \int R^2 dm \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil-2



Şekil-3

Diğer taraftan kinetik enerjinin zamana bağlı değişimi,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) = \frac{1}{2} I \frac{d}{dt} \omega^2 = I \omega \frac{d\omega}{dt} = I \alpha \omega \quad (6)$$

şeklinde ifade edilebileceğinden, (2) bağıntısı yardımıyla dönme momenti

$$\tau = I \alpha \quad (7)$$

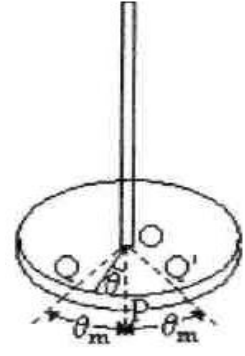
şeklinde yazılabilir. Şu halde, *sabit bir eksen etrafında dönen bir cismin açısal ivmesi ile eylemsizlik momentinin çarpımı cisme etki eden dönme momentine eşittir*. Bu takdirde, (7) bağıntısı öteleme hareketindeki $F=m.a$ bağıntısına eşdeğerdir. Dolayısıyla, öteleme hareketindeki m kütlelerinin yerini, dönme hareketinde kütle dağılımını ifade eden I eylemsizlik momenti alır.

Paralel Eksenler Teoremi: Bir cismin kütle merkezinden geçen bir eksene göre olan I_o eylemsizlik momenti ile bu eksene paralel herhangi bir başka eksene göre olan I eylemsizlik momenti arasında, h eksenler arasındaki uzaklığı ve m de dönen cismin kütlelerini göstermek $I = I_o + mh^2$ üzere

(8)

bağıntısı vardır. Bu bağıntı çok zaman **paralel eksenler teoremi** veya **Steiner teoremi** olarak anılır.

Burulma Sarkacı: Basit bir burulma sarkacı, üst ucu sıkıca tutturulmuş bir tel veya çubuğun alt ucuna yerleştirilmiş yatay bir diskten oluşur (Şekil-4). Disk, P noktası Q ya gelecek şekilde burularak denge durumundan uzaklaştırılıp serbest bırakılırsa P noktası Q ve Q' limit durumları arasında salınır. Diskin salınımı burulan telin diske etki ettirdiği τ dönme momentinden kaynaklanır ve diski denge durumuna getirecek yönde etki eder. Ancak, küçük salınımlar için bu dönme momentinin burulma açısı ile orantılı olduğu görülür.



Şekil 4

Şu halde, θ açısal uzanımına zıt yönde etki eden dönme momenti

$$\tau = -k_b \theta \quad (9)$$

dır. Bu bağıntıdaki k_b burulma sabiti olup, diski taşıyan telin özelliklerine bağlıdır. Dolayısıyla (9) bağıntısı basit harmonik hareketin $F = -kx$ bağıntısının açısal türde ifadesidir. Sistemin hareket denklemini ise,

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (10)$$

ve (9) bağıntısından

$$-k_b \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_b}{I} \theta = 0 \quad (11)$$

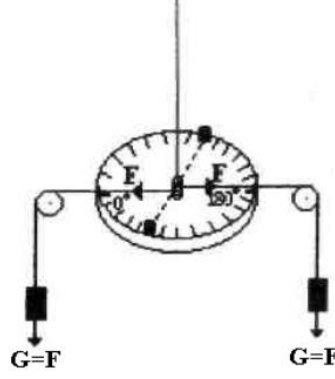
şeklindedir. Bu bağıntıdaki I eylemsizlik momenti O dan geçen düşey eksene, başka bir deyimle, diski taşıyan tel doğrultusundaki eksene göredir, $\omega^2 = k_b / I$ olmak üzere bu diferansiyel denklemin çözümü,

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

dır. Burada φ faz açısıdır ve başlangıç koşullarından belirlenir. ω açısal frekansı $\omega = 2\pi/T$ olduğundan burulma sarkacının küçük salınımlarının periyodu,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{sarkaç}}{k_b}} \quad (13)$$

dır. Burulma sarkacı bir cismin eylemsizlik momentinin belirlenmesinde kullanılan en basit bir ayardır. Eylemsizlik momenti ölçülecek cisim, boyut ve kütlesi aynı olan bir diğeri ile sarkaç diski üzerine bir çap boyunca ve sarkacın dönme ekseninden aynı h uzaklığında bulunacak şekilde yerleştirilir (Şekil-5).



Şekil-5

Bu takdirde sistemin toplam eylemsizlik momenti ($I_{\text{sarkaç}} + 2 I_{\text{cisim}}$) şeklindedir.

$$I_{\text{sarkaç}} + 2I_{\text{cisim}} = \frac{T^2 k_b}{4\rho^2} \quad (14)$$

(14) bağıntısındaki T_{cisim} bu şekilde iki özdeş cisim ile yüklenmiş burulma sarkacının salınım periyodunu, I_{cisim} ise cismin eylemsizlik momentini ifade eder. Burulma sarkacının eylemsizlik momenti bilinir ise, bu şekilde iki özdeş cisim ile yüklenmiş burulma sarkacının salınım periyodu bulunduğu cismin eylemsizlik momenti (14) bağıntısından kolayca çekilebilir. Diğer yandan paralel eksenler teoremi kullanılarak bulunan cismin teorik eylemsizlik momenti $I_{\text{cisim}}^{\text{teorik}}$ denklem (15) ile verilmiştir.

$$I_{\text{cisim}}^{\text{teorik}} = \frac{M_{\text{cisim}} R_{\text{cisim}}^2}{2} + M_{\text{cisim}} h^2 \quad (15)$$

DENEY

1. Sarkaç diskinde iplerin sarıldıkları makaranın çapı ($2r$) kumpasla ölçülüp Tablo-1'e işlenir,
2. Sarkaç diski altındaki vida yardımıyla yatay duruma getirilir. Sarkacın denge durumunda gösterdiği referans açı θ_o derece cinsinden Tablo-1'e kaydedilir.
3. Disk makarasına ters yönlerde sarılmış ipler askı düzenindeki ayaklara bağlı makaralardan dolaştırılıp, sarkan uçlarına (her iki uca da eşit!) çeşitli kütleler (5, 10, 15 g, ...) asılarak her bir durum için açısız yer değıştirme belirlenir.
4. Denge durumundaki açının bilinen değeri kullanılarak dönme (burulma) açıları θ derece cinsinden ölçülür. Bu açılar radyan cinsinden Tablo-1'e yazılır.

Tablo-1

r:					
θ_o :					
m (g)	F=mg (dyn)	$\Delta\theta = \theta_{ölçü} - \theta_o$ (derece)	$\Delta\theta$ (rad)	$\tau = 2Fr$ (dyn.cm)	$k_b = \tau / \Delta\theta$ (dyn.cm/rad)
5					
10					
15					
20					
25					
30					
35					
40					
45					
50					
				$(k_b)_{ort} =$	

5. Sarkaç diskinde iplerin sarıldıkları makaranın yarıçapı ve ağırlıklar yardımı ile sarkaca etki eden tork hesaplanır ve Tablo-1'e işlenir. ($g = 980 \text{ cm/s}^2$ alınmalıdır)
6. Tork ve radyan cinsinden burulma açıları kullanılarak her bir ölçüm için k_b , burulma sabitleri hesaplanır. Ortalama değeri bulunarak sonuçlar Tablo-1'e işlenir.
7. Sarkaç diski θ kadar ($< 5^\circ$) döndürülerek salınımın T periyodu belirlenir. T periyodunu

ölçmek zor olduğundan $5T$ periyodu belirlenip ortalama alınabilir.

8. Buradan sarkaç düzeninin eylemsizlik momenti $I_{sarkaç}$, bulunan $(k_b)_{ort}$ değeri kullanılarak (13) bağıntısı yardımıyla hesaplanır, Tablo-2'ye işlenir.

9. Eylemsizlik momenti bulunacak cisimlerin çap ($2R$) ve kütleleri (M) birkaç defa ölçülüp Tablo-2'ye işlenir.

10. Bu özdeş cisimler sarkaç diski üzerine aynı çap boyunca ve dönme ekseninden aynı h uzaklığına yerleştirilir ve kompas yardımı ile h mesafesi belirlenerek, Tablo-2'ye işlenir.

11. Cisimler simetrik olarak sarkaca yüklendiği durum için sarkaca salınım yaptırılarak salınımın periyodu T_{sistem} benzer şekilde ölçülür ve Tablo-2'ye işlenir.

12. Kullanılan burulma (askı) teli için $(k_b)_{ort}$ değeri Tablo-1'den alınarak (14) bağıntısı yardımıyla I_{cisim} hesaplanır.

Cismin I_{cisim}^{teorik} eylemsizlik momenti (15) bağıntısı ile hesaplanarak deneyde yapılan bağıl hata, (16) bağıntısından bulunur Tablo-2'ye işlenir.

$$B.H. = \frac{|I_{cisim}^{teorik} - I_{cisim}|}{I_{cisim}^{teorik}} \quad (16)$$

Tablo-2

M (g)		$I_{sarkaç}$ (g cm ²)	
R (cm)		I_{cisim}^{deney} (g cm ²)	
h (cm)		I_{cisim}^{teorik} (g cm ²)	
$T_{sarkaç}$ (s)		Bağıl Hata (%)	
T_{sistem} (s)			

SORULAR:

1. Burulma sabitinin CGS sistemindeki birimini yazınız.
2. Bir burulma sarkacı aya götürüldüğünde frekansı değişir mi, neden?

AMAÇ:

Esnek ve esnek olmayan çarpışmalarda momentumun ve kinetik enerjinin korunumunun deneysel olarak incelenmesi.

GENEL BİLGİLER**Doğrusal Momentum ve Korunumu:**

v hızı ile hareket eden m kütleli bir parçacığın doğrusal (çizgisel, lineer) momentumu kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır. Momentum vektörel bir niceliktir. Yönü hız ile aynıdır. SI birim sisteminde birimi $\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 'dir.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

Bir parçacığın doğrusal momentumunun değişme hızı (zamana göre türevi), parçacığa etkiyen net kuvvete eşit ve bu kuvvetle aynı yöndedir.

$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad (2)$$

Bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olduğu zaman, doğrusal momentumun zamana göre türevi de sıfır olur.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (3)$$

Bu durumda doğrusal momentum sabit kalır ve bu da momentumun korunduğu anlamına gelir. Bu sonuca “**doğrusal momentumun korunumu yasası**” denir.

Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki parçacığın çarpışmadan önceki hızları \vec{v}_1 ve \vec{v}_2 , çarpışmadan sonraki hızları \vec{v}'_1 ve \vec{v}'_2 ise momentumun korunumu ilkesi gereği,

$$\sum F_{dış} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \vec{p}' \quad (4)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad (5)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (6)$$

yazılabilir.

Mekanik Enerjinin Korunumu:

Yerden herhangi bir h yüksekliğinde tutulan m kütleli bir cisim, bu yükseklikte potansiyel enerjiye sahiptir. Cisim serbest bırakılırsa potansiyel enerjisi azalırken, kinetik enerjisi artar. Hava direnci gibi etkenler ihmal edilirse, cisim aşağı doğru hareket ederken kaybettiği

potansiyel enerji, cismin kinetik enerjisi olarak görünür. Başka bir ifadeyle, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı yani, toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Bu, mekanik enerjinin korunumu ilkesine bir örnektir.

Sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış cisimler sisteminde, sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Bir sistemin toplam mekanik enerjisi, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlandığından,

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv_{maks}^2 = mgy_{maks} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = Sabit \quad (7)$$

olarak yazabiliriz. Enerjinin korunumu ilkesini $E_i = E_s$ olarak ifade edebiliriz. Bu durumda;

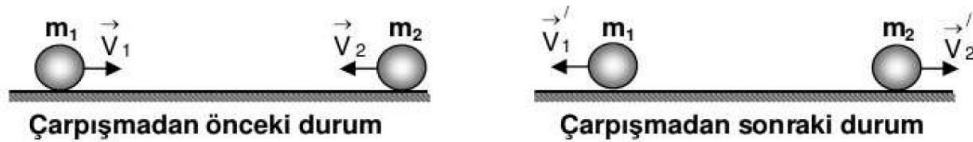
$$K_i + U_i = K_s + U_s \quad (8)$$

denklemini elde edilir.

Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar:

Esnek Çarpışma

Dış kuvvetlerin dikkate alınmadığı bir çarpışmada momentum korunur. Momentumun ve kinetik enerjinin korunduğu çarpışmaya **esnek çarpışma** denir. Atomik düzeyde atom ve moleküllerin çarpışmaları çoğunlukla esnektir. Makroskobik dünyada ise esnek çarpışma, çarpışma sırasında mutlaka az da olsa ısı enerjisi kaybı söz konusu olduğu için, hiçbir zaman tam olarak ulaşılamayan ideal bir durumdur. Bilardo topları gibi belirli cisimlerin çarpışmaları, mükemmel şekilde olmaya çok yakındır ve esnek çarpışma olarak kabul edilirler.



Şekil 1. Esnek Çarpışma

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (9)$$

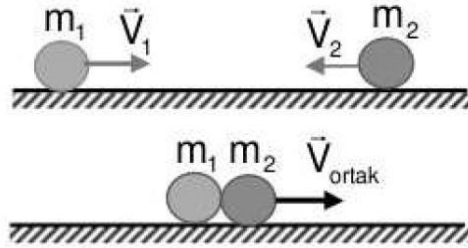
$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (10)$$

Esnek Olmayan Çarpışma

Momentumun korunup, kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalara **esnek olmayan çarpışma** adı verilir. Burada çarpışan cisimler deforme olabilir, kinetik enerji ısıya dönüşebilir. Her iki durumda da kinetik enerji azalmış olur. Sporda kullanılan lastik veya plastik topların çarpışmaları veya trafikteki araba çarpışmaları elastik olmayan çarpışmadır.

Tam Esnek Olmayan Çarpışma

Bu çarpışmada da esnek olmayan çarpışmada olduğu gibi momentum korunurken kinetik enerji korunmaz. Esnek olmayan çarpışmanın bu özel halinde, iki kütle çarpışma sonrasında birbirine yapışarak veya kenetlenerek ortak hızla birlikte hareket ederler.



Şekil 2. Tam Esnek Olmayan Çarpışma

Bu durum için momentum korunumu,

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 = \vec{v}_{ortak} \quad (11)$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{ortak} \quad (12)$$

şeklinde yazılır. Buradan ortak hız bulunur.

$$\vec{v}_{ortak} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} \quad (13)$$

Bu tür çarpışmalarda, çarpışmadan önceki kinetik enerji her zaman çarpışmadan sonraki kinetik enerjiden büyüktür. Çarpışmadan önceki kinetik enerji K_1 ve çarpışmadan sonraki kinetik enerji K_2 olmak üzere, $K_1 > K_2$ 'dir. Kinetik enerji farkı (kayıp enerji), ısıya veya başka enerji şekillerine dönüşür.

Kinetik enerjinin maddesel kaybı;

$$maddesel\ kayıp = \frac{K_1 - K_2}{K_1} \quad (14)$$

Yüzdesel kaybı;

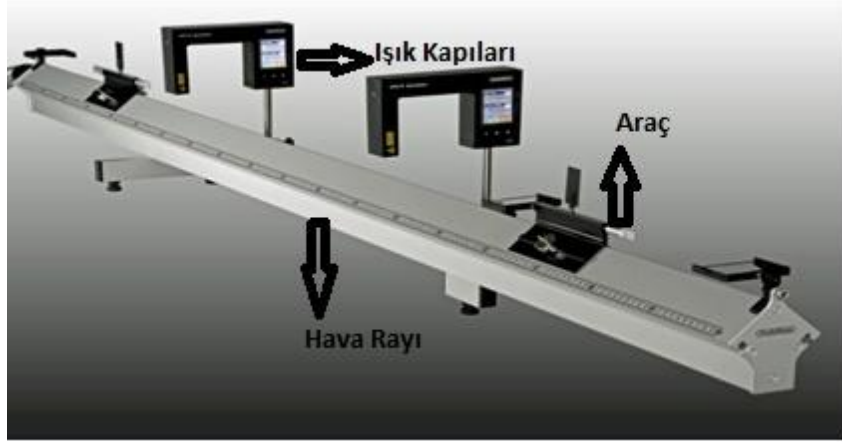
$$yüzdelik\ kayıp = \frac{K_1 - K_2}{K_1} \times 100 \% \quad (15)$$

şeklindedir.



DENEY

I) Esnek Çarpışma

1. Işık kapıları Şekil-3'teki gibi yerleştirilir. Ray eğimsiz olacak şekilde vidalı ayaklar yardımıyla su terazisi kullanılarak ayarlanır.



Şekil 3. Deney düzeneği

2. I. ışık kapısı rayın bir ucuna yakın, II. ışık kapısı ise rayın diğer ucuna yakın yerleştirilir.
3. Araçlardan biri I. Işık kapısının arkasına diğeri ise II. ışık kapısının arkasına yerleştirilir.
4. Her iki ışık kapısının üzerindeki ekranda birinci kısım “*Speed value*”, ikinci kısım “*Previous value*” modunda olacak şekilde ayarlanır.
5. Araçlardan uç kısımda olanın önüne yandaki aparat takılır. 
6. Diğeri araca ise aşağıdaki aparat takılır. 
7. Hava kompresörü sürtünmesiz ortam yaratılacak şekilde çalıştırılır ve belirli bir seviyeye ayarlanır.
8. Aynı anda araçlara elinizle hız vererek çarpışmaları sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
9. Araçların kütleleri hassas terazi ile tartılır. Araçların üzerine farklı ağırlıklar yerleştirilir ve araçların tekrar çarpışması sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
10. Her bir durum için çarpışmadan önceki ve sonraki hızlar tabloya kaydedilir.
11. Tablodaki değerlerden yararlanılarak bulunan her bir hız değerleri için (9) bağıntısı kullanılarak hesaplamalar yapılır ve momentumun korunumu incelenir.

Tablo-1

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)
m_1 (kg)	$m_2 + 0,1$ (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)
m_1 (kg)	$m_2 + 0,2$ (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)

II) Esnek Olmayan Çarpışma

1. Rayın uç kısmında olan aracın ön kısmına diğer aparat çıkartılarak aşağıdaki aparat takılır. Aparatta bulunan mantar, bir iğne ucunu örttüğünden aparata takılı olan mantar dikkatli bir şekilde çıkartılır.



2. Diğer aracın uç kısmına ise aşağıdaki şekilde verilen aparat takılır.



3. Hava kompresörü sürtünmesiz ortam yaratılacak şekilde çalıştırılır ve belirli bir seviyeye ayarlanır.
4. Araçlardan biri rayın uç kısmına diğeri ise her iki ışık kapısının ortasına yerleştirilir.
5. Uç kısımdaki araca eliniz ile hız vererek diğer araç ile çarpışması sağlanır (3 kere tekrar ediniz).

6. Araçların üzerine farklı ağırlıklar yerleştirilerek esnek olmayan çarpışma yapmaları sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
7. Araçların çarpışması sonucu ışık bariyerlerindeki ekrandan okunan hız değerleri tabloya kaydedilir.
8. Tablodaki değerlerden yararlanılarak ölçülen her bir hız değeri için (9) bağıntısı kullanılarak hesaplamalar yapılır. Momentumun korunumu ve enerjinin korunumu incelenir.

Tablo-2

m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()
m_1 (kg)	$m_2+0,1$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()
m_1 (kg)	$m_2+0,2$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()

Tablo-3

m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	K_1 (kgm ² /s ²)	K_2 (kgm ² /s ²)	%Kayıp
m_1 (kg)	$m_2+0,1$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	K_1 (kgm ² /s ²)	K_2 (kgm ² /s ²)	%Kayıp
m_1 (kg)	$m_2+0,2$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	K_1 (kgm ² /s ²)	K_2 (kgm ² /s ²)	%Kayıp

Sorular

- 1) Korunumlu kuvvet ne demektir? Korunumlu kuvvetlere örnek veriniz.
- 2) Esnek olmayan çarpışmaya iki örnek veriniz.

AMAÇ:

1. Açısal hız, açısal ivme ve eylemsizlik momenti ile ilişkili olarak katı bir cismin (diskin) dönme hareketinin incelenmesi,
2. Tork ve açısal ivme arasındaki bağıntının deneysel olarak araştırılması,
3. Sabit eksen etrafında dönen katı bir cismin (diskin) eylemsizlik momentinin ölçülmesi ve teorik değerle karşılaştırılması,
4. Açısal momentum ve mekanik enerji korunumlarının incelenmesi.

GENEL BİLGİLER

Katı Cisimlerin Dönme Hareketi

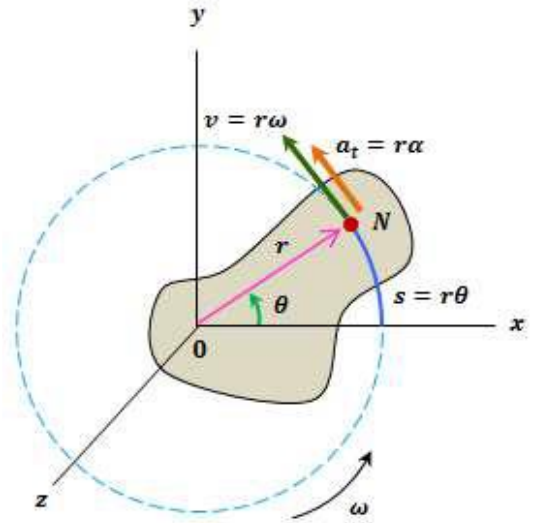
Katı cisimler, şekli bozulmayan yani cismi oluşturan parçacıklar arasındaki uzaklıkları değişmeyen cisimlerdir. Şekil-1'de, O eksenini etrafında dönen katı bir cisim gösterilmiştir. Bu cismin, çok sayıda parçacıktan oluştuğunu varsayalım. Cisim katı olduğundan, dönme hareketi sırasında bu parçacıkların birbirlerine göre konumları değişmez. Katı cismin her bir parçacığı (noktası) aynı açıyla döner. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan herhangi bir parçacığın (N noktasının) pozitif x eksenini ile saatin tersi yönde yaptığı açığı θ ile gösterelim. Bu parçacık, t kadarlık bir sürede s yayı boyunca bir yol alır (Şekil-1). Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan parçacık, dairesel yörüngenin yay uzunluğu boyunca hareket ederse, taranan açı;

$$\theta = s/r \quad (1)$$

olarak verilir. Parçacığın çizgisel hızının büyüklüğü;

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, ω açısal hızdır. Dönen katı bir cismin çizgisel ivmesi ise,



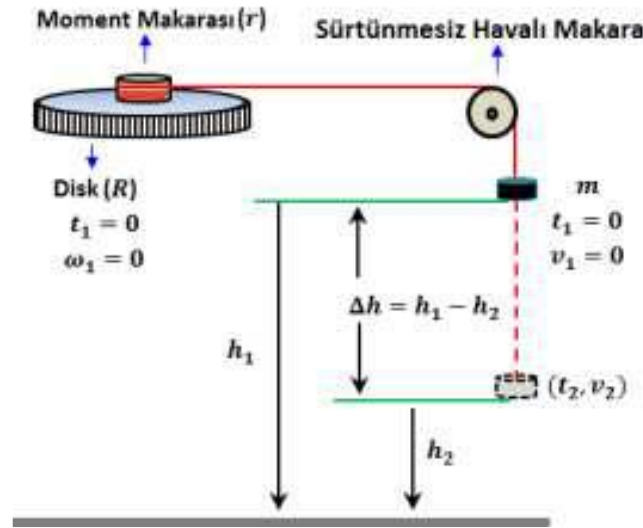
Şekil-4

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad (3)$$

bağıntısıyla ifade edilir.

Tork ve Eylemsizlik Momenti

Kütle merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında dönme hareketi yapabilen katı bir cismin (diskin) eylemsizlik momenti (I); cisme dönme yörüngesine teğet, değeri bilinen bir tork (τ) uygulanarak ve sonuç açısal ivmesi (α) ölçülerek deneysel olarak hesaplanabilir. Sisteme uygulanan bu tork, Şekil-2’de gösterildiği gibi küçük moment makarasına sarılmış ipin diğer ucuna asılan ağırlık (mg) ile oluşturulur. Burada görüldüğü gibi, diske bir tork uygulamak için ip, diskin üzerindeki moment makarasına sarılır. Böylece, uygulanan tork diskin merkez eksenini boyunca bir açısal ivme kazanmasına sebep olur. Diğer bir deyişle, durgun durumdan harekete geçen disk, sabit açısal ivme ile merkez ekseninde dönme hareketi yapar.



Şekil-2

Düşen kütlenin (m) düşey yönde ivmelenmesi için aynı yönde net bir kuvvet etkisinde olması gerektiğinden, ipteki gerilme kuvvetinin ağırlıktan (mg) küçük olması gerekir. Newton’un ikinci kanununu kullanarak, düşen kütlenin üzerindeki net kuvvet;

$$\sum F = mg - T = ma = mr\alpha \quad (4)$$

olarak ifade edilir. Burada; T ipin gerilme kuvveti, m asılı kütle, α düşen kütlenin açısal ivmesi ve r ipin sarıldığı moment makarasının yarıçapıdır. T ip gerilmesi deneysel olarak

$$T = mg - mr\alpha \quad (5)$$

bağıntısı ile verilir. Düzenekte kullanılan moment (tork) makarasının yarıçapı (r), g yaklaşımını yapmayı sağlayacak kadar küçüktür. Eğer, ip moment makarasını serbest döndürecek şekilde makaraya sarılırsa ve ip makaranın üstünde kaymıyorsa, ip tarafından makaraya uygulanan kuvvet (mg) ipteki gerilme kuvvetine eşit olacaktır. İpteki bu gerilme, diskin dönmesinde etkili olan torka neden olan kuvvettir. Gerilme kuvveti moment makarasının yarıçapına her zaman diktir. Dolayısıyla, diske tutturulmuş makara üzerindeki tork;

$$\tau = rT$$

(6)

olacaktır. Moment makarası üzerindeki tek tork, ip gerilmesinden kaynaklanmaktadır ve gerilme kuvveti ile makara yarıçapının çarpımına eşittir.

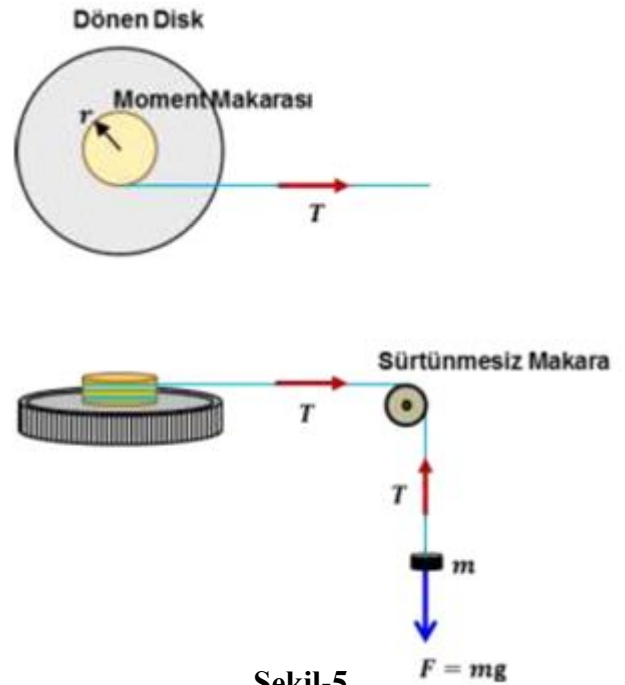
Katı cisim (disk), sabit bir eksen etrafında açısal bir ivme ile dönüyorsa, üzerinde net bir tork olduğunu biliyoruz. Bu eşitliğin, Newton'un ikinci kanununun dönme hareketindeki karşılığı olduğunu ve sabit bir eksen etrafında dönen katı cisimler için geçerli olduğunu hatırlayalım. İp gerilmesi (tork makarasına uygulanan kuvvet) dönme eksenine dik olduğundan, gerilmeden kaynaklanan tork için;

$$\tau = rT = I\alpha \quad (7)$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu bağıntıdaki " r " kuvvetin uygulandığı makaranın yarıçapıdır (disk yarıçapı değildir!). Burada görüldüğü gibi, disk üzerine etkiyen değeri bilinen bir tork için açısal ivme hesaplanırsa dönme hareketinde bulunan bu diskin eylemsizlik momenti hesaplanabilir.

Mekanik Enerjinin Korunumu

Dönme hareketi ile ilgili yapılan deneylerin çoğu Şekil-3'te verildiği gibi küçük bir moment (tork) makarasına sarılı bir ipin ucuna asılı cismin (m kütlelerinin) hareketi ile incelenir. Sistem, düşey bir eksen etrafında dönebilen düzgün bir disk (katı cisim) ile yüksekliği boyunca düşen bir kütleden oluşur. Asılı kütlelerin ağırlığı, r yarıçaplı bir moment makarasına sarılı olan ipi



Şekil-5

çekerek, diski döndürür. İpin sarılı olduğu makara ve katı cismin (diskin) kütle merkezleri aynı dönme eksenini üzerindedir. İp ile temasta olan tork makarası üzerindeki herhangi bir noktanın çizgisel hızı, ipin hızı (dolayısıyla kütesinin aşağıya iniş hızı) ile aynıdır. Bu nedenle, makara üzerindeki bir noktanın çizgisel hızı ve açısal hızı arasındaki ilişki $v = r\omega$; teğetsel ivmesi ve açısal ivmesi arasındaki ilişki ise $a = r\alpha$ bağıntıları ile verilir. Kütle (m)-disk (M) sistemi sabit bir kuvvetin etkisiyle hareket ettiği için (m kütesinin ağırlığı nedeniyle), m kütesinin düşey doğrultuda hareketi düzgün hızlanan (sabit ivmeli) doğrusal harekettir.

Sistemin ilk mekanik enerjisi, asılı m kütesinin $t=0$ anında potansiyel enerjisi olan mgh_1 kadardır. Sistemin durgun halden harekete başlaması nedeniyle, başlangıçta sistemin toplam kinetik enerjisi sıfırdır. Asılı kütle düşerken (düzgün hızlanan doğrusal hareket yaparken) Δh kadar yer değiştirirse, başlangıçta sadece potansiyel enerjisi olan bu kütle, bu enerjisinin bir kısmını kendisinin hızlanmasından ve ipin sarılı olduğu tork makarası üzerindeki diskin dönmesinden kaynaklanan kinetik enerjilere dönüştürecektir. Yani, başlangıç potansiyel enerjisinin bir kısmı asılı kütle için öteleme kinetik enerjisine bir kısmı diskin dönme kinetik enerjisine dönüşür. Eylemsizlik momenti cinsinden, sabit bir ekseninde ω açısal hızı ile dönen cismin (örneğin, bir diskin) dönme kinetik enerjisi;

$$K_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} I\omega^2 \quad (8)$$

olarak ifade edilir. Burada, ω radyan/saniye cinsinden ölçülür.

Kütlesi m olan bir cismin seçilen referans ($h=0$) seviyesine göre h yüksekliğindeki yerçekimi potansiyel enerjisinin;

$$U = mgh \quad (9)$$

eşitliği ile ifade edildiğini biliyoruz. Asılı m kütle ve M kütleli diskin her ikisi de $t=0$ anında durgun durumdan (sıfır kinetik enerjisi ile) harekete geçmektedir. Referans seviyesinden serbest bırakılan m kütle, hareketi sırasında potansiyel enerjisini kaybedecektir. Bu kaybedilen enerjinin bir kısmı, disk tarafından dönme kinetik enerjisi, diğer kısmı ise ipe asılı m kütle için kinetik enerji olarak aktarılacaktır.

Açısal Momentumun Korunumu

Sabit eksen etrafında dönen bir diskin (yani n sayıda parçacıktan oluşan bir katı cismin) toplam açısal momentumu, parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır.

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i \quad (10)$$

Orijinden, yani 0-koordinat başlangıcına göre uzaklıkta, kütlesi olan bir parçacık v hızına sahiptir. Diğer taraftan, $v_i = r_i \omega$ olup, açısal hız tüm parçacıklar için aynı değere sahip olacaktır. Kütlesi olan parçacığın açısal momentumunun büyüklüğü;

$$\vec{L}_i = m_i r_i^2 \omega \quad (11)$$

şeklinde tanımlanır. Verilen bir orijine göre parçacıklar sisteminin toplam açısal momentumu, bu parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır. Bu nedenle, sabit bir eksen etrafında dönen diskin (katı cismin) her parçası için açısal momentumların toplamı tüm diskin açısal momentumunu verecektir. Burada,

$$I_i = m_i r_i^2 \quad (12)$$

ifadesi katı cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momenti olarak tanımlanır.

DENEY

Açısal hız deney düzeneği Şekil-4'de gösterildiği gibidir.



Şekil 4

I) Açısal Hızın Ölçülmesi

Bu bölümde, kütle merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında katı cismin dönme hareketi incelenecek ve bunun için sadece çelik ÜST disk kullanılacaktır. Düzenekte, ALT disk SABİT kalmalıdır. ÜST diskin açısal hızı (ω) sinyal sayıcı (optik okuyucu) tarafından belirlenir. Dönen disklerin çevresinde toplam 200 adet siyah çizgi vardır. Disk dönmeye başladığı andan itibaren optik okuyucu tarafından ilk okunan değer (bir saniyedeki çizgi sayısı (β)) 1. saniyede ekranda görünürken; sonraki değerler 2 saniye aralıklarla ekranda görülür. Eğer ÜST disk Δt zaman aralığında bir açısal yer değiştirme (radyan olarak) yaparsa, ÜST diskin açısal hızı (ω),

$$\omega = \left(\frac{2\pi}{n} \right) \left(\frac{\beta}{\Delta t} \right) \quad (13)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada, $2\pi/n$; ÜST diskin dönme hareketinde optik okuyucu tarafından algılanan her bir çizgiye karşılık gelen radyan değeri (radyan/çizgi) olup, $\beta/\Delta t$ ise birim

zamandaki çizgilerin sayısıdır (çizgi/saniye). Dolayısıyla, (13) bağıntısında birimin rad/s olduğuna dikkat edilmelidir.

1. ALT disk taban düzlem üzerinde sabit duracak ve yalnız ÜST çelik disk serbestçe hareket edecek şekilde düzenek kurulur. Merkezinden geçen sabit eksen etrafında serbestçe dönebilen çelik ÜST diskin kütlesi $M=1.364\text{kg}$ ve yarıçapı 0.058m 'dir.
2. Hava kompresörü çalıştırılır. Böylece, çelik ÜST disk hava kompresörünün sağladığı hava akışı ile sürtünmesiz dönme hareketi yapabilecektir.
3. Deneye başlamak için ÜST disk hareketsiz olacak şekilde sabit tutulur ve sinyal sayacında (dijital ekranda) gösterilen değer sıfır oluncaya kadar beklenir.
4. ÜST disk küçük bir kuvvet uygulanarak döndürülür. ÜST disk belirli bir açısal hızla dönerken alt diskin hareketsiz kalmasına dikkat edilmelidir.
5. ÜST diskin dönmesi için kuvvet uygulandıktan hemen sonra dijital ekrandan veriler (saniyedeki çizgi sayısı) okunmaya başlanır. Okunan değerler Tablo-1'e not edilir ve açısal hız hesaplanır.

Tablo-1

<i>Zaman Aralığı</i>	<i>Okunan Çizgi Sayısı</i>	<i>Açısal Hız</i>
Δt (s)	β	$\omega=\pi\beta/100$ (rad/s)
0		
0-1		
1-3		
3-5		
5-7		
7-9		
9-11		

II) Eylemsizlik Momentinin Hesaplanması

Bu deneyde, bilinen bir tork uygulayarak ve diskin açısal hızını ölçerek, dönen diskin eylemsizlik momentini hesaplayacağız. Katı diske bir tork uygulandığında, sabit bir açısal ivmeye (α) neden olacak ve diskin açısal hızını (ω) değiştirecektir. Diskin üzerindeki

çevresine ip sarılmış moment makarasına (makara-disk sistemi) uygulanan tork (τ) bilinirse, bu tork ve açısal ivme değerleri kullanılarak diskin eylemsizlik momenti hesaplanabilir. Dönen diskin açısal hızının zamanın bir fonksiyonu olarak grafiği çizildiğinde, bu grafiğin eğimi açısal ivmeyi verecektir.

1. Alt disk sabit ve ÜST çelik disk hareketli olacak şekilde deney düzeneği ayarlanır. ÜST çelik disk, merkez ekseninde dönme hareketi yapacak olan katı cisimdir. ALT disk ise hareketsiz olacaktır. Tork makarasının yarıçapı $r = 0,0125\text{m}$ 'dir.
2. Moment (tork) makarası ÜST çelik disk üzerine yerleştirilir. İp, bir ucunda kütle tutucusu olacak şekilde düzeneğin kenarında bulunan sürtünmesiz makaradan geçirilir ve bu ipin diğer ucu moment makarasına bağlanır.
3. Hava kompresörü çalıştırılır. Yalnız üsteki çelik diskin dönüyor olduğu kontrol edilir.
4. Kütle tutucuya 10g kütle yerleştirilir. Kütle tutucunun ağırlığı 5g olduğundan, kütlelerin toplamı 15g olur.
5. Üst çelik disk, dijital ekranda göstere değeri sıfır oluncaya kadar hareketsiz (sabit) tutulur. Dijital göstergede sıfır değeri görüldüğü anda, üst disk serbest bırakılır.
6. Asılı kütle ve üst diskten oluşan sistem serbest bıraktıktan hemen sonra dijital ekrandan optik sensörden bir saniyede geçen çizgi sayısı okunmaya başlanır. İlk 5 veri okunarak Tablo-2'ye kaydedilir ve açısal hız değerleri hesaplanır.
7. Dönen diskin açısal hız grafiği zamanın bir fonksiyonu olarak çizilerek, dönen diskin açısal ivmesi belirlenir ve Tablo-2'ye işlenir.

Tablo-2

<i>Zaman Aralığı</i>	<i>Okunan Çizgi Sayısı*</i>	<i>Açısal Hız</i>	<i>Açısal İvme</i>
Δt (s)	β	$\omega = \pi\beta/100$ (rad/s)	$\alpha = \Delta\omega/\Delta t$ (rad/s ²)
0			
0-1			
1-3			
3-5			
5-7			
7-9			

8. $T = mg - mr\alpha$ bağıntısından ip gerilmesi hesaplanır.

$$T = \dots\dots\dots$$

9. Moment makarasına sarılı ip üzerindeki gerilme kuvveti, tork makarasının yarıçapına her zaman diktir. Dolayısıyla, asılı kütleyle bağlı ipin oluşturduğu tork; gerilme kuvveti ile ipin üzerinde sarıldığı tork makarası yarıçapının çarpımı ile $\tau = rT$ bağıntısından hesaplanır.

$$\tau = \dots\dots\dots$$

10. Dönen üst diske uygulanan tork ve dönme hareketinin açısal ivme değerleri kullanılarak, $I = \frac{rT}{\alpha}$ bağıntısından eylemsizlik momenti **deneysel** olarak hesaplanır.

$$I_{\text{DENEYSEL}} = \dots\dots\dots$$

11. Çelik disk için teorik değer aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır.

$$I_{\text{TEORİK}} = MR^2/2$$

$$I_{\text{TEORİK}} = \dots\dots\dots$$

12. Dönen çelik diskin DENEYSEL olarak bulunan eylemsizlik momenti, teorik değerle karşılaştırılır ve hata hesabı yapılır.

$$\text{Bağıl hata} =$$

III) Mekanik Enerjinin Korunumu

Bu bölümde, asılı kütlelerin hareketi sırasında kaybedilen enerjinin, dönen diskin hareketi ile kazandığı enerjiye eşit olup olmadığı incelenecektir. Üst diskin üzerine yerleştirilen moment makarasına sarılı ipe bir kütle (m) asılarak makaraya sabit bir tork uygulanır. Sabit torku oluşturan asılı kütlelerin ağırlığı (mg), deney düzeneğindeki ÜST diskin ivmelenmesini sağlayacaktır. Asılı toplam kütle (m); h kadar düştüğünde, potansiyel enerjisinde mgh kadar bir azalma olacaktır. Düşen kütlelerin potansiyel enerjisindeki bu azalma; düşen kütlelerin çizgisel hızı (v) ile kazanacağı ÖTELEME kinetik enerjisi ile dönen diskin açısal hızı (ω) ile kazanacağı DÖNME kinetik enerjisinin toplamına eşit olmalıdır. Sistem üzerinde sadece korunumlu kuvvetler etkili olduğunda, kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı olarak tanımlanan mekanik enerji korunur. Mekanik enerjinin korunumuna göre, deneyde kaybedilen potansiyel enerji, kazanılan kinetik enerjiler toplamına eşit olmalıdır.

1. Alt disk taban düzlem üzerinde sabit ve üst çelik disk hareketli olacak şekilde deney düzeneği hazırlanır. Moment makarası üst disk üzerine yerleştirilir. Moment makarası üst disk ile tam olarak birleşmiş (ortak hareket edecek şekilde) olmalıdır. Sürtünmesiz makara üzerinden geçen ipin bir ucuna kütle tutucusu bağlanır. Toplam asılı kütle 15 g olacak şekilde, kütle tutucusuna 10 g kütle eklenir.
2. Ekranda sıfır değeri görünceye kadar ÜST disk hareketsiz tutulur. Sonrasında, bu disk serbest bırakılarak asılı kütlelerin durgun durumdan düşmesine izin verilir.
3. Dönme hareketinin başlamasından 1 saniye sonra okunan çizgi sayısı Tablo-3'e eklenir ve potansiyel enerji kaybı hesaplanır.

Tablo-3

Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Yarıçap	Potansiyel Enerji Kaybı	Dönen Diskin Açısal Hızı	Dönen Diskin Çizgisel Hızı
t (s)	β	r (m)	$U=mg(2\pi r/200)\beta$ (J)	$\omega=\pi\beta/100$ (rad/s)	$v = r\omega$ (m/s)
1		0.0125			

4. Asılı toplam kütle ve dönen disk tarafından kazanılan sistemin toplam kinetik enerjisi hesaplanarak Tablo-4'e eklenir.

Tablo-4

Disk Eylemsizlik Momenti	Dönme Kinetik Enerjisi ($K_{\text{dönme}}$)	Kinetik Enerji	Toplam Kinetik Enerji
I (kgm^2)	$K_1=I\omega^2/2$ (J)	$K_2=mv^2/2$ (J)	$K_T=K_1+ K_2$ (J)
$2.29 \cdot 10^{-3}$			

5. Sistem tarafından kazanılan kinetik enerji (K_T) ile kaybedilen potansiyel enerji (U) karşılaştırılarak hata hesabı yapılır
%Hata=

IV) Açısal Momentumun Korunumu

Dönme hareketi yapan bir sistemde açısal momentumun korunumu bu bölümde incelenecektir. Kütle M_B , yarıçapı R , ve başlangıç (ilk) açısal hızı ω_1 olan ÜST disk, aynı yarıçap değerine sahip ve kütle M_A olan hareketsiz ALT diskin üzerine düşürülecektir. Bu iki diskin

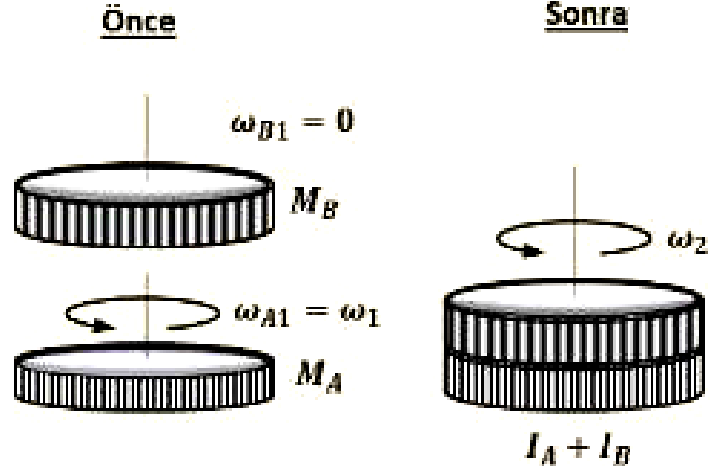
eylemsizlik momentleri sırasıyla, I_B ve I_A 'dir. Çarpışmadan sonra her iki disk, son açısal hızları ω_2 olacak şekilde beraber döneceklerdir. Üst diskin alt diskin üzerine düşmesinden hemen önce dönen sistemin toplam açısal momentumu $I_B\omega_1$ 'dir (başlangıçta, toplam açısal momentum sadece üst diskin etkisi ile oluşmaktadır.). Çarpışmadan hemen sonra ise sistemin toplam açısal momentumu $(I_A+I_B)\omega_2$ 'dir. Sisteme etki eden dış net tork sıfırsa, sistemin toplam açısal momentumu sabittir (korunur). Açısal momentumun korunumu; $I_B\omega_1=(I_A+I_B)\omega_2$ bağıntısıyla ifade edilir.

1. Deney düzeneği, eşit yarıçaplı iki çelik disk ve uygun tıplar kullanılarak alt ve üst disklerin birbirlerinden bağımsız hareket etmelerini sağlayacak şekilde hazırlanır. ÜST diskin deliğine takılan ikinci (2.) tıpanın (Şekil-4' de numaralandırılan) üzerine dördüncü (4.) tıpa yerleştirilirse, diskler (ALT ve ÜST disk) bağımsız olarak hareket edecektir. Dördüncü tıpayı çekmek iki diskin beraber dönmesine neden olacaktır. İkinci tıpa ÜST diskin üstüne takılır ve bu tıpanın deliği 4 numaralı tıpa ile kapatılır.
2. Birkaç saniye bekledikten sonra, ekrandan ÜST disk için çizgi sayısı okunur ve bu değer Tablo-5'e not edilir. Okuma sırasında, alt diskin durağan olduğuna (ekranda alt disk ile ilgili herhangi bir veri olmadığına) önemle dikkat edilmelidir.
3. $M_B=1.364$ kg ve $R=0,058$ m olarak alınarak, eylemsizlik momenti ve açısal momentum hesaplanarak Tablo-5'e yazılır.

Tablo-5

Okunan Çizgi Sayısı	Üst Diskin Açısal Hızı	Üst Diskin Eylemsizlik Momenti	Toplam Açısal Momentum (Çarpışmadan Hemen Önce)*
β_1	$\omega_1=\pi\beta/100$ (rad/s)	$I_B=M_B R^2/2$ (kgm ²)	$L_1=I_B\omega_1$ (kgm ² /s)

4. Üst disk için okuma yaptıktan hemen sonra 4-numaralı tıpa, 2-numaralı tıpadan çıkarılır. Bu durumda, üst disk alt diskin üzerine düşecektir. ÜST disk ALT diskin üzerine düştüğünde iki disk tek bir disk gibi aynı açısal hızla dönmeye başlayacaktır. Bu durum, elastik olmayan çarpışmanın dönme hareketindeki karşılığı olarak düşünülebilir (Şekil-5).



Şekil-5

5. İki saniye tamamlanıncaya kadar beklenir ve hemen sonrasında ekrandan okunan değer son okuma olarak Tablo-6'ya not edilir.
6. ÜST diskin alt diskin üzerine düşmesinden HEMEN SONRA sistemin eylemsizlik momenti ve açısal momentumu hesaplanarak Tablo-6'ya eklenir.

Tablo-6

Okunan Çizgi Sayısı	İki disk sisteminin Açısal Hızı	Üst Diskin Eylemsizlik Momenti	Alt Diskin Eylemsizlik Momenti	İkili Disk Sisteminin Açısal Momentumu
β_2	$\omega_2 = \pi\beta/100$ (rad/s)	$I_B = M_B R^2/2$ (kgm ²)	$I_A = M_A R^2/2$ (kgm ²)	$L_2 = (I_A + I_B)\omega_2$ (kgm ² /s)

Sorular

- 1) Açısal hız, açısal ivme ve eylemsizlik momenti nedir? Açıklayınız.
- 2) Açısal momentum nedir? Hangi durumda korunur?

AMAÇ:

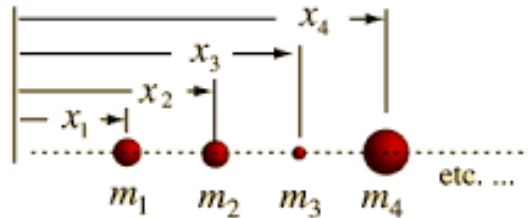
- Levha şeklindeki bir fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi
- Simetrik kütle eklenen fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi
- Asimetrik kütle eklenen fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi

GENEL BİLGİLER

KÜTLE MERKEZİ

Bir katı cisim dengede tutmak için kütle merkezinden tutulması gerekir. Kütle merkezi dışında bir noktadan tutulduğunda katı cisim dönme hareketi yapar. Bir sistemi oluşturan kütle konumlarının ağırlıklı ortalamasına **kütle merkezi** denir. Kütle merkezi hayali bir noktadır ve katı cismin hareketi belirtilirken kullanılan önemli bir parametredir. Aslında burada daha genel bir ifade kullanıp mekanik bir sistemden bahsetmeliyiz. Mekanik sistem, bir parçacıklar sistemi veya bir katı cisim olabilir. Mekanik sistemin hareketinden bahsedilirken bütün kütlelerin sanki kütle merkezinde yoğunlaşmış noktasal kütle gibi hareket ettiğini düşünülür. Bu bilgiler ışığında bir boyutta, x-ekseni boyunca $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ konumlarında bulunan $m_1, m_2, m_3, \dots, m_N$ kütlelerinin kütle merkezi şöyle ifade edilir:

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (1)$$

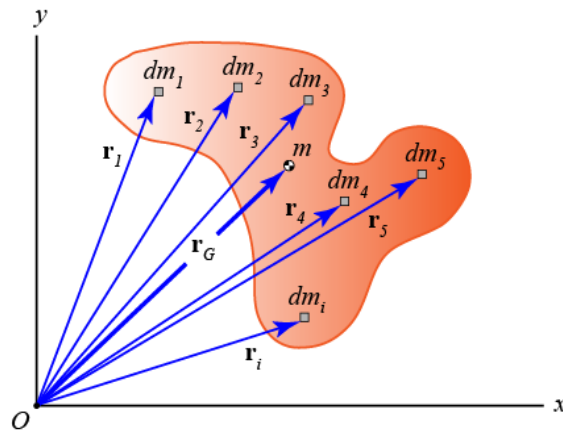


Şekil 1. Noktasal kütle sisteminin kütle merkezi

Homojen simetrik cisimlerin kütle merkezi simetri ekseninde olmalıdır. Örneğin, homojen bir çubuğun kütle merkezi, çubuk ortasında olmalıdır. Bir küre veya küpün kütle

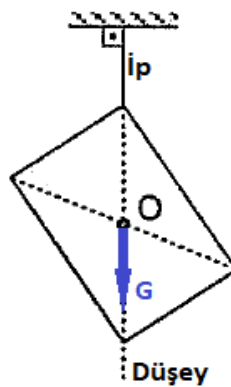
merkezi geometrik merkezindedir. Simetrik olmayan düzlemsel şekilli bir cismi sırayla farklı iki noktasından asarak kütle merkezi ancak deneysel olarak tespit edilebilir. Cisim önce bir ucundan asılarak denge sağlanınca düşey çizgi çizilir. Ardından cisim bir başka ucundan asılarak dengeye geldiğinde düşey çizgi çizilir. Bu cismin kütle merkezi bu iki düşey çizginin kesiştiği noktadır.

$$x_{KM} = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N \Delta m_i x_i}{M} = \frac{1}{M} \int x dm \quad (2)$$

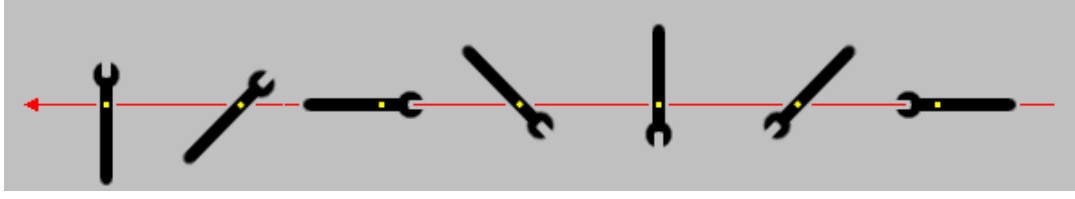


Şekil 2. Katı cismin kütle merkezi

Katı cismin sürekli bir kütle dağılımı olduğundan, her parça çekim kuvvetinin etkisindedir. Bu kuvvetlerin net etkisi kütle merkezine etkiyen tek bir Mg (G) kuvvetinin etkisine eşdeğerdir.



Şekil 3. Katı cisme etkiyen yerçekimi kuvveti



Şekil 4. Kütle merkezinin hareketi

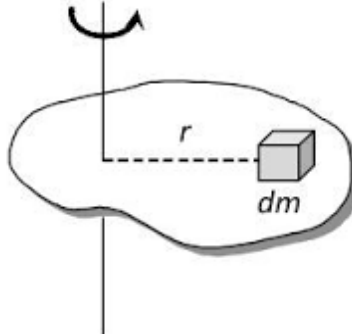
EYLEMSİZLİK MOMENTİ

Dönme hareketine karşı cismin gösterdiği dirence **eylemsizlik momenti** denir. Eylemsizlik momenti sadece kütleye değil kütlelerin dönme eksenine etrafında nasıl dağıldığına da bağlıdır. Eğer mekanik sistem noktasal parçacıklardan oluşuyorsa sistemin eylemsizlik momenti;

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (3)$$

şeklinde bulunur. Burada m noktasal cismin kütlesi, r ise kütlelerin dönme eksenine olan dik uzaklığını ifade eder. Kütle dağılımı sürekli ve homojen ise yani homojen katı cisim için eylemsizlik momenti, $\Delta m_i \rightarrow 0$ limitinde toplam yerine integral kullanılarak bulunur.

$$I = \int dm r^2 \quad (4)$$



Şekil 5. Katı cismin eylemsizlik momenti

Sonuç olarak mekanik sistemin dönme momenti (tork);

$$\tau_{net} = I\alpha \quad (5)$$

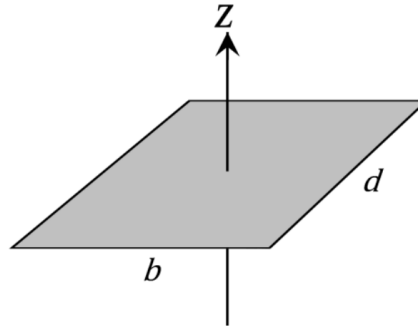
yazılır.

Katı cisim kütle merkezi dışında herhangi bir noktadaki eksen etrafında dönüyorsa eylemsizlik momenti buna göre hesaplanmalıdır. M kütleli cismin kütle merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti I_{KM} ise, herhangi bir a dik uzaklıkta buna paralel olan bir eksene göre eylemsizlik momenti **paralel eksenler teoremi** (Steiner Teoremi) ile belirlenir.

$$I = I_{KM} + Ma^2 \quad (6)$$

m kütleli, uzunlukları b ve d olan homojen bir dikdörtgen levhanın kütle merkezine göre eylemsizlik momenti aşağıda ifade edildiği gibidir.

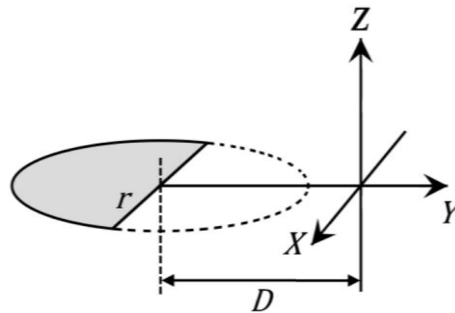
$$I_z = \frac{m}{12}(b^2 + d^2) \quad (7)$$



Şekil 6. Dikdörtgen levha

Kütlesi m ve yarıçapı r olan yarım dairenin D kadar uzaklıktaki eksene göre eylemsizlik momenti ise şöyledir:

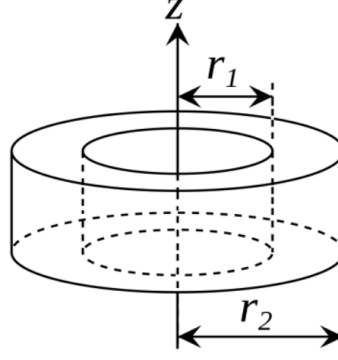
$$I_z = m \left(D^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{8Dr}{3\pi} \right) \quad (8)$$



Şekil 7. Yarım daire şeklinde katı cisim

Kütlesi m , iç yarıçapı r_1 ve dış yarıçapı r_2 olan bir silindirin kütle merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti aşağıdaki gibidir.

$$I_z = \frac{m}{2}(r_1^2 + r_2^2) \quad (9)$$



Şekil 8. İçi boş silindir

FİZİKSEL SARKAÇ

Kütle merkezi dışında herhangi bir eksenden asılmış olan katı cisim **fiziksel sarkaçtır**. Duvar saatlerinde ve sanayide kullanılan sarkaçlar birer fiziksel sarkaçtır. Sistem denge konumundan ayrılırsa salınım hareketi yapacaktır. Kütle merkezinden a kadar uzaktaki bir O noktasından geçen eksene asılan bir katı cisimi düşünelim. O noktasına göre *tork* (dönme momenti) yerçekimi kuvveti tarafından sağlanır.

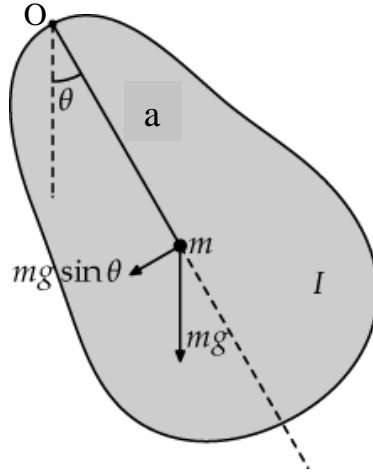
$$\tau = mga \sin \theta \quad (10)$$

I , O noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momenti olmak üzere

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (11)$$

$$-mga \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (12)$$

İle ifade edilir. Soldaki eksi işareti, O ya göre dönme momentinin θ yı azaltmaya çalıştığını gösterir. Yerçekimi kuvveti geri çağırıcı bir döndürme momenti meydana getirir.



Şekil 9. Fiziksel sarkaç

Küçük açılarda salınım hareketi için $\sin \theta \approx \theta$ yaklaşımı geçerli olur ve hareket denklemi

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mga}{I}\right)\theta = -\omega^2\theta \quad (13)$$

İle ifade edilir. Burada ω açısal frekans, m cismin kütlesi, g yerçekimi ivmesi, a dönme eksenini ile kütle merkezi arasındaki dik uzaklık, I cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momentidir.

Denklemden de anlaşılacağı gibi bu bir basit harmonik harekettir ve çözümü

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (14)$$

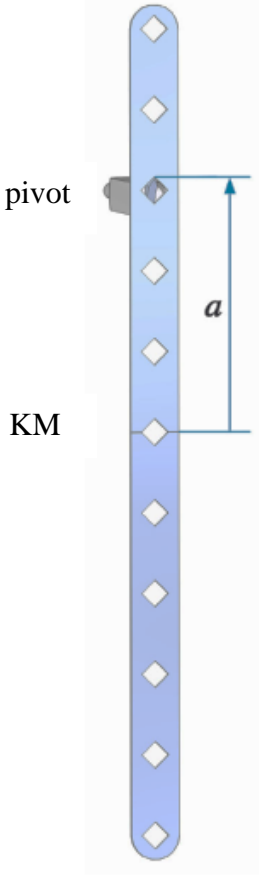
ile ifade edilir. Bu bilgiler ışığında düzlemsel bir katı cismin eylemsizlik momenti tespit edilebilir. Kütle merkezinin yeri ve dolayısıyla a mesafesi bilinirse, eylemsizlik momenti, periyot ölçülerek elde edilebilir.

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}} \quad (15)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (16)$$

DENEY

Levhanın eylemsizlik momentinin bulunması



1. İlk durumda levha ilk pivottan asılır.
2. Zamanlayıcı (Timer) sıfırlanır.
3. Levhanın çok küçük açılarda salınım yapması sağlanır ve 20 periyotluk süre ölçülür.
4. Levhanın asıldığı pivot değiştirilerek ölçüm tekrar edilir. Elde edilen periyot ölçümleri Tablo 1'e işlenir.
5. Tablodan elde edilen sonuçlarla $Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$ ye karşılık a^2 grafiği çizilir. Burada a kütle merkezi ile pivot arasındaki mesafedir. Grafiğin eğimi fiziksel sarkacın kütlesine karşılık gelir. Grafiğin y eksenini kestiği nokta ise sarkacın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini verir. Hesaplamalar ve grafikten bulunan değerler Tablo 1'e işlenir.

$$Mag \frac{T^2}{4\pi^2} = I$$

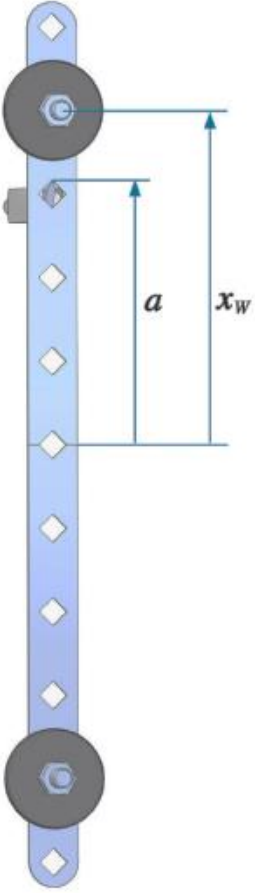
$$I = I_R + m_R a^2$$

Burada I_R , levhanın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini, m_R , levhanın kütlesidir.

Tablo1

$m_R(\text{kg})=$							
Pivot	a (m)	20T(s)	T(s)	$I = Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$	$a^2(\text{m}^2)$	$m_R(\text{grafik})$ (kg)	$I_R(\text{km})\text{grafik}$ (kg.m ²)

Simetrik Kütle Dağılımı



1. Deney setinde mevcut olan siyah kütleler şekildeki gibi çubuğun kütle merkezine göre simetrik olacak şekilde yerleştirilir. Kütleleri levhaya monte ederken kullanılan her bir cismin kütlesi (civata, somun ve pullar noktasal kütle gibi düşünülerek) işlemlerde hesaba katılmalıdır.

2. İlk pivota levha yerleştirilerek küçük açılarda salınım yaptırılır.

3. Fiziksel sarkacın en az 20 periyotluk süresi ölçülür ve Tablo 2'ye işlenir.

4. Fiziksel sarkaç bir sonraki pivottan asılarak salınım yaptırılır ve periyodu ölçülür. Bu işlemler, sarkacın kütle merkezindeki pivota kadar devam eder. Alınan tüm ölçümler Tablo 2'ye işlenir.

5. Tablodan elde edilen sonuçlarla $Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$ ye karşılık a^2 grafiği çizilir.

Grafiğin eğimi fiziksel sarkacın kütlesine karşılık gelir. Grafiğin y eksenini kestiği nokta ise sarkacın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini verir. Hesaplamalar ve grafikten bulunan değerler Tablo 2'e işlenir.

$$Mag \frac{T^2}{4\pi^2} = I$$

$$I = I_G + Ma^2$$

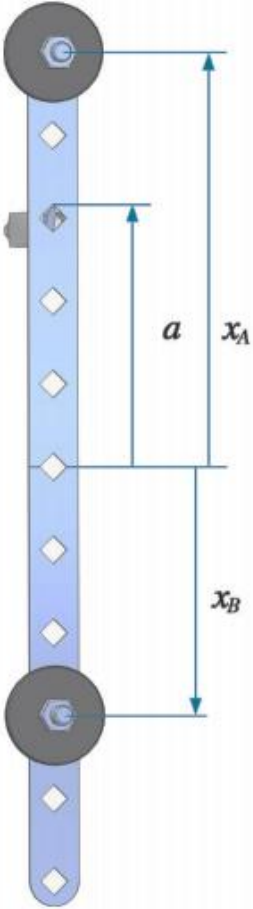
$$I_G = I_R + 2(I_W + m_W x_W^2)$$

Burada I_R , levhanın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini; I_W , eklenen kütlelerin kendi kütle merkezine göre eylemsizlik momentini; m_W , eklenen kütle, x_W , eklenen kütle ile levhanın kütle merkezi arasındaki mesafedir. Kullanılan civata, somun ve pullar noktasal kütle gibi düşünülerek hesaba katılmalıdır.

Tablo 2

M(kg)=							
Pivot	a(m)	20T(s)	T(s)	$I = Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$	$a^2(m^2)$	M _(grafik) (kg)	$I_{G(km)grafik}$ (kg.m ²)

Asimetrik Kütle Dağılımı



1. Deney setinde mevcut olan siyah kütleler şekildeki gibi asimetrik olacak şekilde yerleştirilir. Kütleleri levhaya monte ederken kullanılan her bir cismin kütlesi (civata, somun ve pullar noktasal kütle gibi düşünülerek) işlemlerde hesaba katılmalıdır.

2. İlk pivota levha yerleştirilerek küçük açılarda salınım yapılır.

3. Fiziksel sarkacın en az 20 periyotluk süresi ölçülür ve Tablo 3'ye işlenir.

4. Fiziksel sarkaç bir sonraki pivottan asılarak salınım yaptırılır ve periyodu ölçülür. Bu işlemler sarkacın kütle merkezindeki pivota kadar devam eder. Alınan tüm ölçümler Tablo 3'e işlenir.

5. Tablodan elde edilen sonuçlarla $Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$ ye karşılık a^2 grafiği çizilir. Grafiğin eğimi fiziksel sarkacın kütlesine karşılık gelir. Grafiğin y eksenini kestiği nokta ise sarkacın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini verir. Hesaplamalar ve grafikten bulunan değerler Tablo 3'e işlenir.

$$Mag \frac{T^2}{4\pi^2} = I$$

Bu kısımda teorik hesabı yapabilmek için sistemin kütle merkezi belirlenmelidir. Bu hesabı yaparken levhanın kütle merkezini koordinatın başlangıç noktası yani O noktası kabul edilir. Bu noktadan itibaren a mesafesi, pivotun konumunun yeni kütle merkezine olan uzaklığıdır. x_p , pivotun konumunun levhanın kütle merkezine olan mesafesini ifade etmektedir.

$$x_G = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}$$

$$a = x_p - x_G$$

$$I = I_R + m_R x_p^2 + I_A + m_A (x_p - x_A)^2 + I_B + m_B (x_p - x_B)^2$$

Tablo 3

M(kg)=							
Pivot	$a(m)$	20T(s)	T(s)	$I = Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$	$a^2(m^2)$	M(grafik) (kg)	$I_G(km)grafik$ (kg.m ²)

Deneyde kullanılan cisimlerin kütleleri:

$$M_{levha}=0,215 \text{ kg}$$

$$M_{siyah \text{ kütle}}=0,105 \text{ kg}$$

$$M_{civata}=0,037 \text{ kg}$$

$$M_{somon}=0,015 \text{ kg}$$

$$M_{pul}=0,005 \text{ kg}$$