

2. DENEY

ÇİZGİSEL MOMENTUMUN KORUNUMU

Amaç: İki boyutlu çarpışma yardımı ile momentum korunumunun incelenmesi.

Araç ve Gereçler: Metal oluklu yol, 2 tane metal bilye (büyük ve küçük), karbon kağıdı, beyaz kağıt, cetvel, çekül ve ip.

1. Bilgi

I) Momentum: Bir noktasal cismin çizgisel momentumu bir vektörel büyüklük olup cismin m kütlesi ile $\vec{v}$ hızının çarpımına eşittir.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Hız vektörünün yönü ve doğrultusu momentum vektörünün yönü ve doğrultusunu belirler. Newton'un ikinci yasasından bir cisme etki eden dış kuvvet

$$\vec{F}_{dış} = m\vec{a} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

veya;

$$\vec{F}_{dış} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

şeklinde yazılabilir. Yani cisme uygulanan dış kuvvet momentumun zamana göre türevine eşit olmaktadır. Cisme uygulanan kuvvet ile bu kuvvetin uygulama süresinin çarpımına **itme (impuls)** denir. Newton'un ikinci yasasından, itme;

$$\vec{I} = \vec{F}_{dış} \cdot \Delta t = m\Delta\vec{v} = \Delta\vec{P}$$

şeklinde tanımlanır. Denklem (4)'de görüldüğü gibi bir kuvvetin itmesi, momentumdaki değişme miktarına eşittir ve yönü momentum değişimi yönündedir.

II) Momentum Korunumu: Bir tek parçacık yerine n tane parçacıktan oluşan bir sistemin, toplam momentumunu; M sistemin toplam kütlesi ve $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots$ parçacıkların hızları ve $\vec{v}$ sistemin kütle merkezinin hızı olmak üzere

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots = M\vec{v}$$

şeklinde yazılır. O halde, noktasal kütleler sisteminin toplam momentumu, sistemin toplam kütlesi ile kütle merkezinin hızının çarpımına eşittir.

Sisteme etki eden dış kuvvetlerin bileşkesi sıfıra eşitse sistemin toplam momentumu (2) numaralı denklemden de anlaşılacağı gibi sabit kalır. Buna genellikle **çizgisel momentumun korunumu prensibi** denir. Sistemi oluşturan her noktasal kütlenin $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots$ momentumlarının değişebilmelerine karşılık sistemin toplam momentumu sabit kalır.

$$\vec{P}_{ilk} = \vec{P}_{son}$$

III) Çarpışmalar: Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki cismin çarpışmaları durumunda cisimler birbirlerine çok kısa zaman süresinde çok büyük kuvvet uygularlar. Çarpışma sırasında 2. cismin 1. cisme uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{21}$, 1. cismin 2. cisme uyguladığı kuvvet de $\vec{F}_{12}$ ise Newton'un 3. yasasından (etki-tepki yasası) bu kuvvetlerle aynı doğrultuda, aynı şiddette ve zıt yönde olmalıdır. Çarpışma sonucunda 1. cismin momentumundaki değişme

$$\Delta \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{21} dt = \vec{F}_{21} \Delta t$$

2. cismin momentumundaki değişme miktarı ise;

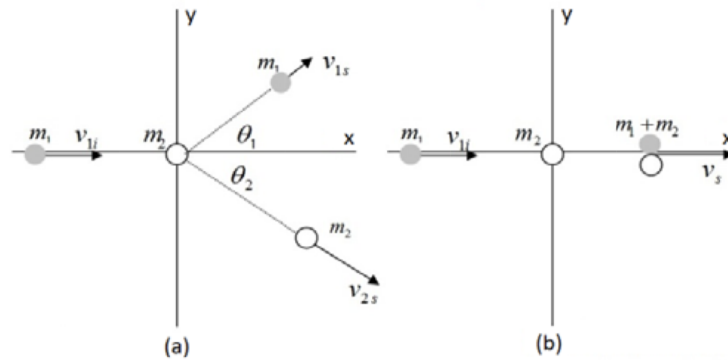
$$\Delta \vec{P}_2 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{12} dt = \vec{F}_{12} \Delta t$$

çarpışma süresince sisteme dış kuvvet etki etmiyorsa (sistem izole ise)

$$\Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2 = 0$$

olur. Bu durumda, sistemin ilk ve son toplam momentumları birbirine eşit olur. Bu sonuçta bize çarpışma olaylarında momentumun korunduğunu gösterir.

Çarpışmalar **esnek çarpışma** ve **esnek olmayan çarpışma** olarak ikiye ayrılmaktadır. Her iki çarpışma türünde de momentum korunmaktadır.



Şekil 1: (a) esnek çarpışma (b) esnek olmayan çarpışma.

Şekil 1'deki esnek çarpışma göz önüne alındığında sistemin toplam momentumunun x bileşeni çarpışmadan önceki ve sonraki durumlar için;

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1s} \cos \theta_1 + m_2 v_{2s} \cos \theta_2$$

ve sistemin toplam momentumunun y bileşeni

$$m_1 v_{1s} \sin \theta_1 = m_2 v_{2s} \sin \theta_2$$

şeklinde yazılır. Esnek çarpışmada kinetik enerji korunur, dolayısıyla

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$$

eşitliği yazılır.

Şekil 1'deki esnek olmayan çarpışma göz önüne alındığında, sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki toplam momentumunun x bileşeni;

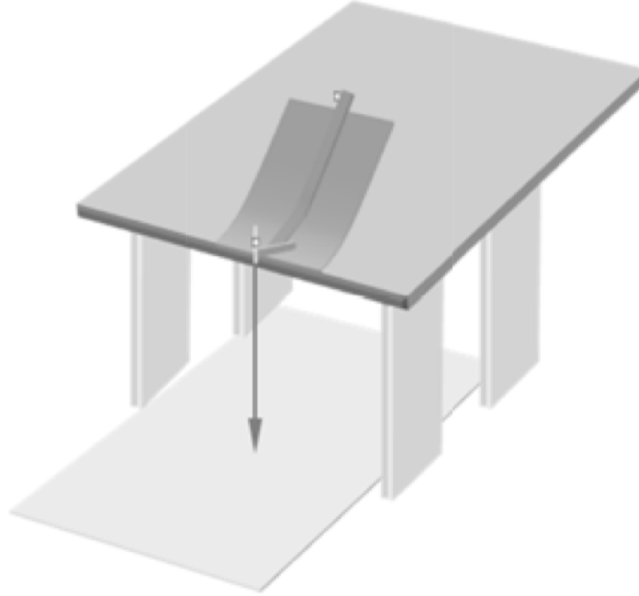
$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_s$$

şeklinde yazılır. Sistemin toplam momentumunun y bileşeni yoktur. Bu çarpışmada kinetik enerji korunmaz.

Esnek çarpışmada kinetik enerji kaybı olmamasına, yani kinetik enerji korunmasına rağmen esnek olmayan çarpışmada kinetik enerjinin bir kısmı çarpışma süresince ısı enerjisi gibi başka enerji türlerine dönüşür ve kinetik enerji korunmaz. Tam esnek olmayan çarpışmada cisimler çarpışmadan sonra ortak hızla birlikte hareket ederler.

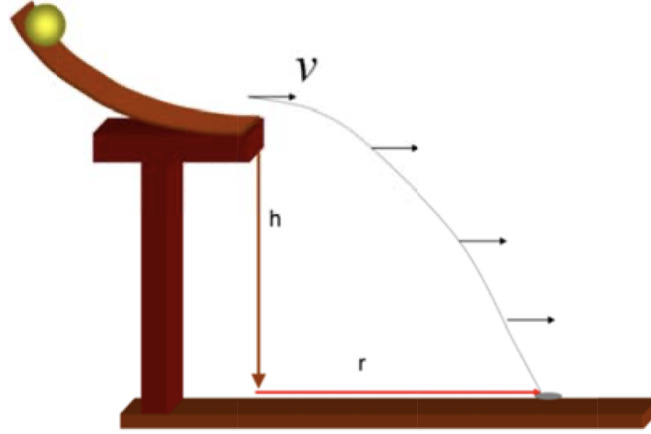
2. Deney

1. Oluklu bilye yolunun tutturulmuş olduğu masanın önündeki zemine büyük beyaz kağıt yayılır ve çekülün izi kağıt üzerinde işaretlenir. Bu durumdan sonra kağıdın konumu deney süresince değiştirilmez (Şekil 2).
2. Bilyelerin kütleleri ölçülerek Tablo-1'e işlenir.



Şekil 2: Deney düzeneği.

3. Vidası çevresinde dönen B kolu bilyeyi engellemeyecek şekilde ayarlanır.
4. Oluklu yolun tepesinden yuvarlanmaya bırakılan çelik bilye, yolun sonunda kazandığı hızla masa kenarından yatay atış hareketi yaparak yerdeki kağıt üzerine düşer ve kağıt üzerinde bıraktığı iz işaretlenir. Bu işlem yaklaşık 5 kez tekrarlanır.



Şekil 3: Oluklu yoldan çıkan bilyenin çizdiği yörünge.

Burada bilyenin oluklu yolun sonunda sahip olacağı hız, Şekil 3'deki gibi yatay atış hareketi göz önüne alınarak;

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g \frac{r^2}{v^2}$$

ifadesinden

$$v = \sqrt{\frac{1}{2}g \frac{r^2}{h}}$$

olarak elde edilir. Burada, hız ifadesi;

$$v = \sqrt{\frac{g}{2h}} r = \text{sabit} \cdot r$$

olarak yazılabilir. Buradaki sabit

$$\text{sabit} = \sqrt{\frac{9,8}{2 * 0,77}} \cong 2,52 \text{ s}^{-1}$$

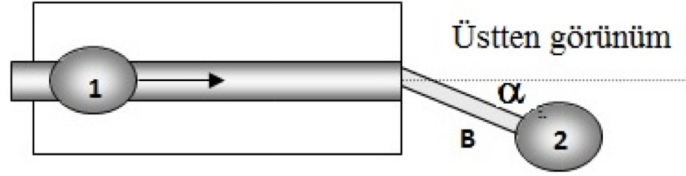
olarak hesaplanır. Dolayısıyla bilyenin momentumunun büyüklüğü

$$P = M(\text{kg}) \cdot 2.52 \cdot r_i(\text{m})$$

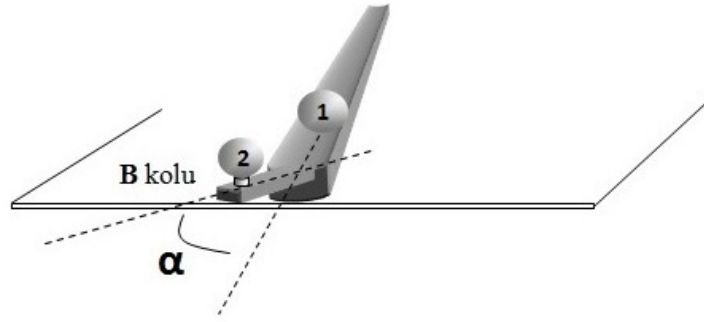
ifadesiyle hesaplanabilir.

5. B kolu belli bir açıda (α_1) ayarlanarak sabitlenir (Şekil 4a,b).

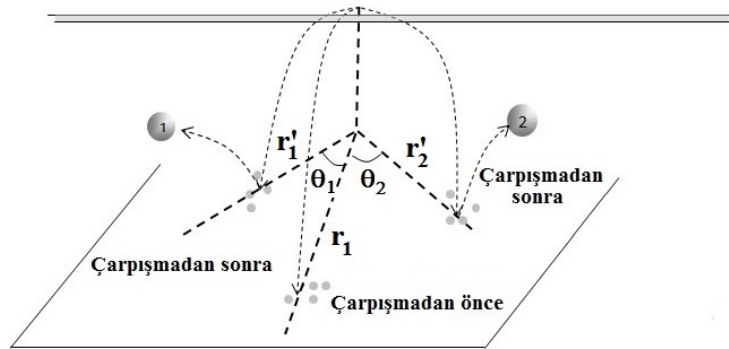
6. B kolunun ucundaki yuvaya şekil 4'deki gibi ikinci bilye yerleştirilir. Birinci bilyenin oluklu yolun tepesinden bırakılarak ikinci bilyeye çarpması sağlanır. Bu çarpışma sonucunda bilyeler kazandıkları hızlarla yatay düzlemde, oluklu yolun doğrultusuyla, belirli açılar yapacak şekilde saçılırlar. Saçılan bilyeler yatay atış hareketi yaparak yere düşerler. Bu işlem yaklaşık 5 kez tekrarlanarak bilyelerin düştükleri noktaların izleri belirlenir (Şekil 5).



Şekil 4a: Bilyelerin üstten görünümü.



Şekil 4b: Oluklu yolun ucunda küçük bilyenin konumunun ayarlanması.



Şekil 5: Bilyelerin esnek çarpışması.

7. Bilyelerin izlerini içine alacak şekilde çemberler çizilir. Bu çemberlerin merkezleri çekülün iz düşümü ile birleştirilir (Şekil 5). r_1 , r'_1 ve r'_2 uzunlukları belirlenerek Tablo 1'e işlenir.

Tablo 1

$m_{\text{büyük}}(\text{kg})$	$m_{\text{küçük}}(\text{kg})$	$y(\text{m})$	$r_1(\text{m})$	$r'_1(\text{m})$	$r'_2(\text{m})$
0.0112	0.0056	0.77			

8. Bilyenin çarpışmadan önceki $\vec{P}_1$ ve her iki bilyenin çarpışmadan sonraki $\vec{P}'_1$ ve $\vec{P}'_2$ momentumlarının büyüklükleri (17) bağıntısından hesaplanır.
9. Sistemin momentumunun korunumunu göstermek için önce çarpışan bilyelerin çarpışmadan önceki ve çarpışmadan sonraki momentumlarının x ve y eksenlerindeki değerleri bulunur. Bunun için bilyelerin yere çarptıkları konum vektörlerinin x ve y eksenlerine izdüşümleri, r_{ix} , r_{iy} değerleri kağıt üzerinde cetvel yardımıyla belirlenir. Daha sonra, bilyelerin x ve y eksenlerindeki momentumları her bir bilye için,

$$P_{ix} = M_i(\text{kg})2,52r_{ix}(\text{m}) \quad P_{iy} = M_i(\text{kg})2,52r_{iy}(\text{m})$$

ifadeleriyle hesaplanarak sonuçlar Tablo 2'ye işlenir. Bileşenler yardımıyla momentumun korunup korunmadığı Tablo 3'deki değerler hesaplanarak gösterilir.

Tablo 2

$P_{1x}(\text{kgm/s})$	$P_{1y}(\text{kgm/s})$	$P'_{1x}(\text{kgm/s})$	$P'_{1y}(\text{kgm/s})$	$P'_{2x}(\text{kgm/s})$	$P'_{2y}(\text{kgm/s})$

Tablo 3

$P_{1x} = P'_{1x} + P'_{2x}$	$P_{1y} = P'_{1y} + P'_{2y}$