

1. DENEY

BİR DENEYİN ANALİZİ

Amaç: Bir deneyden alınan sonuçların grafikler halinde nasıl gösterilebileceğinin ve analiz edilebileceğinin öğrenilmesi, analiz sonucu elde edilen matematiksel bağıntılar yardımıyla benzer deneylerin sonuçlarının tahmin edilebilmesi ve hata hesabının öğrenilmesi.

Araç ve Gereçler: Bilimsel hesap makinesi, ince uçlu kurşun kalem, silgi, cetvel, grafik kağıdı.

1. Bilgi

Bilimsel çalışmanın temel unsuru gözlemdir. Bu nedenle gözlemlenen büyüklüğün doğru ölçülmesi ve ölçüm sonuçlarının evrensel bir dille aktarılabilmesi oldukça önemlidir.

Bilinmeyen bir değer, kendi cinsinden bilinen ve birim olarak kabul edilen değerlerle karşılaştırılmasına **ölçme** denir. Herhangi bir ölçü aleti kullanmadan insanlar duyu organları yardımıyla bu tür fiziksel büyüklükleri algılayabilse de kişiden kişiye farklılıklar gösteren bu algılama karışıklıklara sebebiyet vermektedir. Bu nedenle insan duyularından etkilenmeyen, yani ölçümü yapan kişinin etkisinin ölçüme yansımadağı, ölçüm aletleri, sistem ve teknikleri geliştirilmiştir.

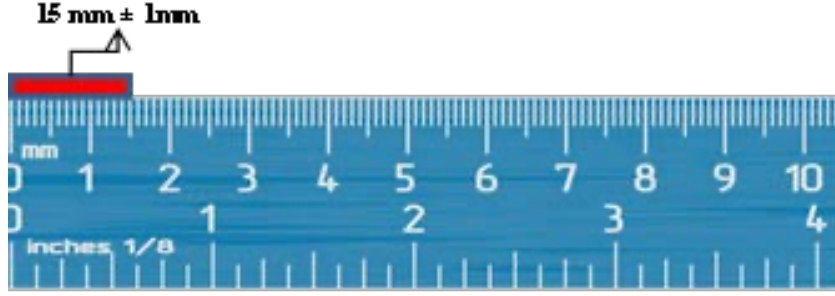
Tüm bilim dallarında deney yapmak, ispat edilmek istenen hipotez için; kurulan deney düzeneginden;

1. Ölçüm alet ve teknikleri kullanılarak sonuçlar toplamayı,
2. Bu sonuçları kullanarak deneysel verilerin birbiriyle olan ilişkilerini, matematiksel olarak ifade edilen denklemler ile evrensel yasalar olarak belirlemeyi amaçlar.

Sonuçların toplanması aşamasında kullanılan ölçü alet ve cihazlarının duyarlılıkları deney sonuçlarının güvenilirliğini büyük ölçüde etkilemektedir.

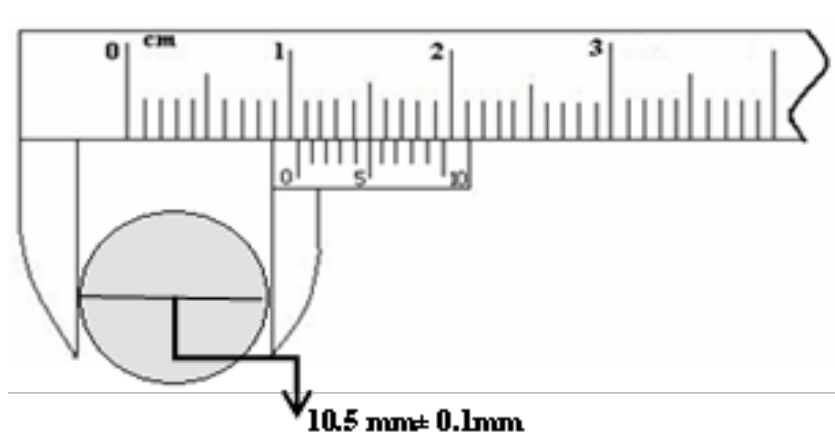
Bir deney sonucunda ölçülen değerin kullanılan ölçü aletinin duyarlılığına göre değişimine uzunluk ölçü aletleriyle örnek verelim;

Bir cetvel yardımıyla ölçüm yaptığımızı düşünelim, Şekil 1’de de görüldüğü gibi cetvel ile yapılan ölçmede belirsizlik ± 1 (mm)’dir. 1.36 cm’lik uzunluğun bir cetvel yardımıyla ölçüldüğü söylenemez. Örneğin bir cetvel ile ölçülen bir çubuğun boyu, 15 mm ise sonuç 15 ± 1 (mm) olarak verilmelidir.



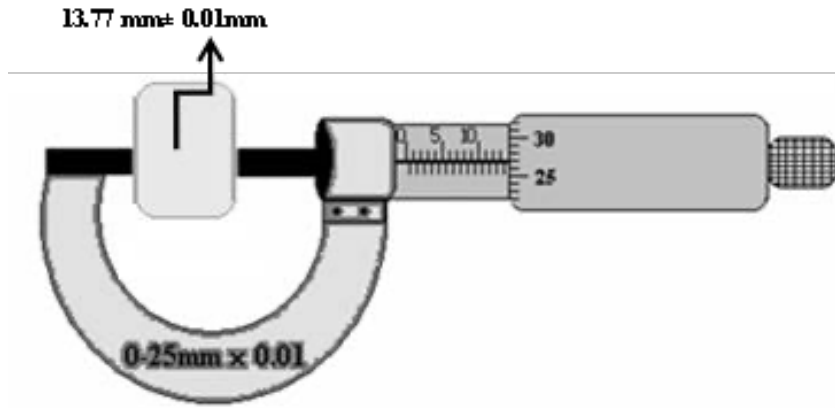
Şekil 1: Cetvel ile ölçümde belirsizliğin gösterilmesi.

Şekil 2’de görüldüğü gibi kumpas kullanılarak ölçülen bir cismin çapı 10.5 mm ise sonuç 10.5 ± 0.1 (mm) olarak verilmelidir. Çünkü kumpas 0.1 mm duyarlılıkla ölçüm yapan bir alettir.



Şekil 2: Kumpas ile ölçümde belirsizliğin gösterilmesi.

Şekil 3’te görüldüğü gibi mikrometre kullanılarak ölçülen bir cismin eni 13.77 mm ise sonuç 13.77 ± 0.01 (mm) olarak verilmelidir. Çünkü mikrometre 0.01 mm duyarlılıkla ölçüm yapan bir alettir.



Şekil 3: Mikrometre ile ölçümde belirsizliğin gösterilmesi.

Yukarıda kullandığımız ölçü aletlerinde de görüldüğü gibi ölçümdeki belirsizlik, kullanılan ölçüm aletiyle azaltılabilir ancak yok edilemez.

Anlamlı Rakam

Bir ölçüm için kullanılan ölçü aletiyle toplanan verilerin ölçüm aletinin hassasiyetine uygun şekilde anlamlı rakamlarla yazılması gerekmektedir. Elde edilen verilerin basamak değerleri ölçü aletinin duyarlılığı ile aynı olmak zorundadır.

- Sıfır olmayan tüm rakamlar anlamlıdır.
- Bir sayı içinde sıfır var ise bulunduğu yere göre anlam kazanır.
 - Anlamlı rakamlar arasında yer alan tüm sıfırlar anlamlıdır.

$$3 \text{ Anlamlı} \rightarrow 2.04 \text{ (g)}$$

- Ondalık virgülden sonra yazılan tüm sıfırlar anlamlıdır.

$$4 \text{ Anlamlı} \rightarrow 9.720 \text{ (m)}$$

- Ondalık virgülden önce yazılan tüm sıfırlar anlamsızdır.

$$1 \text{ Anlamlı} \rightarrow 0.002 \text{ (cm)}$$

Tablo 1’de bazı sayıların anlamlı rakam miktarları verilmiştir.

Tablo 1

Sayı	Bilimsel gösterim	Anlamlı rakam
6.23		3
9.1		2
0.00246	2.46×10^{-3}	3
0.00000001	1×10^8	1
0.000000010	1.0×10^{-8}	2

Anlamlı Rakamlarda Dört İşlem

- Farklı duyarlılık ölçüm aletleriyle alınan ölçüm sonuçları toplanırken ve/veya çıkarılırken ondalık rakam sayısına dikkat edilir. Sonuçtaki ondalık rakam sayısı verilerdeki en az ondalık rakam sayısı kadar olmalıdır. Örneğin; uzunlukları farklı iki ölçüm aleti kullanılarak alınan iki değer toplamı

$$\begin{aligned} a &= 5.25 \text{ cm ve } b = 2.1 \text{ cm} \\ a + b &= 7.35 \text{ cm} \\ &\sim 7.4 \text{ cm olarak yazılmalıdır.} \end{aligned}$$

- Farklı duyarlılıklı ölçüm aletleriyle alınan ölçüm sonuçları çarpılması ve/veya bölünmesi işlemlerinde sonuçtaki anlamlı rakam sayısı veriler arasında en az anlamlı rakam içeren-deki kadar olmalıdır.

$$\begin{aligned}
 a &= 16.2 \text{ cm ve } b = 4.4 \text{ cm (2 anlamlı)} \\
 a \times b &= 71.28 \text{ cm}^2 \\
 &= 71 \text{ cm}^2 \text{ (2 anlamlı)} \\
 &\text{olarak yazılmalıdır.}
 \end{aligned}$$

Eğer deneysel verilerin elde edilmesinde kullanılan aletlerin duyarlılığı yazılmamışsa, ölçme belirsizliğinin sıfırdan farklı son ondalık birimi kadar olduğu kabul edilir.

Örneğin ölçme sonucu 15 s yazılmışsa belirsizlik 1 s, 1.25 g yazılmışsa belirsizlik 0.01 g ve 250 cm yazılmışsa belirsizlik 10 cm'dir.

Boyut ve Birim Kavramları

Boyut: Kalitatif bir kavram olup herhangi bir büyüklüğün “hangi türden” bir büyüklük olduğunu belirtir. Örneğin iki nokta arası mesafenin boyutuna “uzunluk” denilir.

Birim: Her hangi bir boyutun ölçümü için kullanılan referans büyüklüğünü ifade eder. Örneğin uzunluk fiziksel bir büyüklüktür ve birimi SI (uluslararası birim sistemi) birim sisteminde metredir ve “m” ile gösterilir. Keyfi olarak seçilmiş temel büyüklükler ve bunlardan türetilmiş büyüklüklerin oluşturduğu sisteme “birim sistemi” denir. Toplumlar eskiden birbirinden farklı birim sistemleri kullanmakta iken birim sistemlerinin evrensel hale gelmesi için 1875 yılında 17 devletin temsilcileri bir araya gelerek ortak birim sistemleri oluşturmuş “metre konvansiyonunu” imzalamışlardır. Burada her birimin diğer birim sistemindeki karşılıkları gösterilmiştir.

Tablo 2: Bazı temel ve fiziksel büyüklüklerin CGS ve MKS birim sistemlerinde gösterimi.

Fiziksel Büyüklük				CGS Birim Sistemi		MKS Birim Sistemi	
Boyutun				Birim		Birim	
	Adı	Gösterimi	Sembol	Adı	Sembol	Adı	Sembol
Temel Büyüklükler	Uzunluk	[L]	l	santimetre	cm	metre	m
	Kütle	[M]	m	gram	g	kilogram	kg
	Zaman	[T]	t	saniye	s	saniye	s
Büyüklükler	Alan	[L ²]	S, A	santimetrekare	cm ²	metrekare	m ²
	Hacim	[L ³]	V	santimetreküp	cm ³	metreküp	m ³
	Hız	[L]/[T]	ν	santimetre/saniye	cm/s	metre/saniye	m/s
	İvme	[L]/[T ²]	a	santimetre/saniyekare	cm/s ²	metre/saniyekare	m/s ²
Türetilmiş	Kuvvet	[M][L]/[T ²]	F	Dyne	dyn = g·cm/s ²	Newton	N = kg · m/s ²
	Enerji	[M][L ²]/[T ²]	E	Erg	Erg = g·cm ² /s ²	Joule	J = kg · m ² /s ²

Başlıca kullanılan birim sistemleri:

- SI: Uluslararası birim sistemi (metre, kilogram, saniye, amper, kelvin, kandela, mol)
- MKS: metre, kilogram, saniye
- CGS: santimetre, gram, saniye

- FPS: Foot, pound, saniye

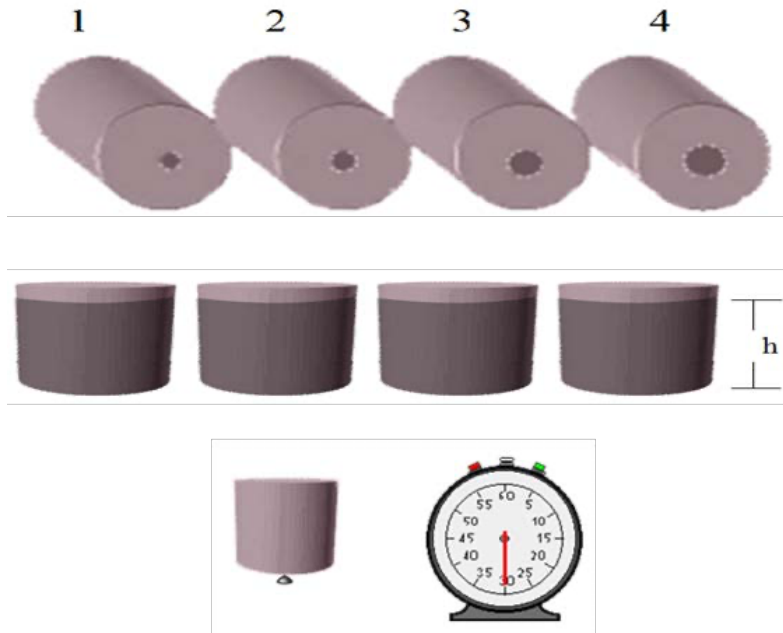
Sayıların Üst ve Ast Katları

Bazı fiziksel büyüklüklerin değeri çok büyük veya çok küçük olabilir. Bu tür sayıların yazımında özellikle hatalı yazma ihtimali çok büyüktür bu nedenle bilimsel gösterim kullanımı geliştirilmiştir. Bu gösterimlerde 10 ve 10'un katlarına üst 1/10 ve 1/10'un katlarına ast kat denir. Tablo – 3'te üst ve ast katların ön ek çarpan ve sembolleri görülmektedir.

Tablo 3: Üst ve ast katlar

Üst Katlar			Ast Katlar		
Ön Ek	Sembol	Çarpan	Ön Ek	Sembol	Çarpan
Deka	dek	10^1	desi	d	10^{-1}
Hekto	h	10^2	santi	c	10^{-2}
Kilo	k	10^3	mili	m	10^{-3}
Mega	M	10^6	mikro	μ	10^{-6}
Giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
Tera	T	10^{12}	piko	p	10^{-12}
Peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
Eksa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}

2. Deney



Şekil 4

Yapılan bir deneyde tabanlarında farklı çaplarda delik bulunan kaplara doldurulan 30 cm yükseklikteki suyun boşalma sürelerinin delik çapına nasıl bağlı olduğu araştırılmak üzere aynı hacimli dört büyük silindirik kap kullanılmış, kapların tabanlarına çapları farklı büyüklüklerde dairesel delikler açılmıştır. Her denemede kaplara 30 cm yükseklikte su konulmuş ve kaplardan 30 cm yüksekliğindeki suyun boşalma süreleri bir kaç kez tekrarlanarak ölçülmüş (Şekil 4) ve tüm deneysel veriler Tablo 4'e işlenmiştir.

Bizden beklenen deney sonuçlarını grafikler halinde ifade ederek, analiz etmek ve benzer deney sonuçlarını, deney yapmadan tahmin etmektir.

Tablo 4: Tabanında farklı çaplı delikler bulunan kaplardan 30 cm yükseklikteki suyun boşalma süreleri.

Delik çapı d (cm)	Kabın boşalma süresi t (s)	t_{ort} (s)
1.5	72.8	
	73.2	
	73.1	
2.0	41.7	
	41.3	
	41.4	
3.0	18.6	
	18.3	
	18.2	
5.0	6.6	
	7.0	
	6.9	

Analiz

Belirli şartlar altında değişimi veya sabit tutulması olayların gidişatını etkileyebilecek tüm faktörlere **değişken** denir ve bir bilimsel araştırmada üç çeşit değişken bulunur.



Veriler grafiklerle gösterilirse benzer bir deneyin sonucunu kestirmek ve olayla ilgili matematiksel bağıntıyı bulmak çok kolaydır. Böyle bir analizde birbirinden bağımsız değişkenler, değişkenlerden biri sabit tutularak ayrı ayrı incelenir.

Örneğin, bu deneyde,

delik çapı (d) **bağımsız değişken**, $h = 30$ cm su yüksekliği **kontrol edilen (sabit) değişken** ve zaman (t) **bağımlı değişkendir**.

Sabit su yüksekliğinde ($h = 30$ cm), kaplardaki suyun boşalma süresi (t)'nin delik çapına (d) bağlı olarak, değişimi incelenecektir. Bu amaçla, $t = f(d)$ grafiği çizilerek analiz yapılacak ve deneysel sonuçlar ile ilgili matematik bir bağıntı bulunmaya çalışılacaktır.

UYARI 1: Grafik çizilirken;

- Her grafiğin bir ismi olmalıdır ve bu isim grafiğin altına yazılır. Grafiğin hangi fiziksel değerlere ait olduğunu belirtir.
- Grafik çizimi kurşun kalem ile cetvel kullanılarak yapılmalıdır.
- Bağımsız değişken, x eksenine bağımlı değişken y eksenine yerleştirilir.
- Her iki eksen üzerinde mutlaka eksenlerin isimleri belirtilir ve ölçüm değerlerinin hangi birimde olduğu parantez içinde yazılır. Bu parantezde ayrıca ölçeklendirme esnasında kullanılan büyütme ya da küçültme çarpanı da belirtilir.
- Eksen çizgileri üzerinde deneysel verilere uygun periyodik ölçeklendirme yapılır. (Kesinlikle ölçüm değerlerinin rakamsal karşılıkları yazılmaz.)
- Hem x hem de y eksenlerine yerleştirilecek verilerin minimum ve maksimum değerlerini belirlenir.
- Her iki eksen içinde uygun bir grafik skalası belirlenir. İki eksenin değerlerini birbirinden bağımsız olarak ölçeklendirilir.
- Ölçüm değerleri grafik kâğıdı üzerine dikkatlice yerleştirilir.

Delik çapına bağlı olarak suyun boşalma süresinin grafiği çizilirken, delik çapı (d) bağımsız değişken, boşalma süresi (t) bağımlı değişken olduğu için delik çapı (d), x eksenine ve kaptan suyun boşalma süresi zaman (t) y eksenine yazılacaktır.

1. $t = f(d)$ grafiğini aşağıdaki grafik kağıdına çizin ve grafiğin ismini grafiğin altındaki noktalı kısma yazınız.
2. Grafik noktaları üzerine uygun eğriyi oturtunuz.
3. Eğriyi çizmenin tek bir yolu mu var, yoksa aynı noktalardan geçen farklı eğriler de çizilebilir mi? Düşününüz.



Grafik 1.

UYARI 2:

Bir grafikte ölçülen noktalar arasında bulunan ama ölçümü yapılmamış bir noktadaki değerin grafikten okunmasına **interpolasyon**, ölçülen noktalar dışında kalan herhangi bir noktadaki değeri okumaya **ekstrapolasyon** yapmak denir.

Buna göre, Grafik 1'den deliğin çapının $d = 4$ cm ve $d = 8$ cm olduğu durumlarda, kaptaki suyun boşalma sürelerini okuyun ve kaydedin.

$d=4$ cm için $t = \dots$

$d=8$ cm için $t = \dots$

4. Sizce hangi değer daha güvenilirdir? Düşününüz.
5. Zaman (t) ve delik çapı (d) arasında bir bağıntı bulmak için, t ile d arasındaki matematiksel ilişki değişik matematiksel fonksiyonlar denenerek bulunabilir. Zaman (t) ile

delik çapı (d) arasında grafikten de görüldüğü gibi matematiksel ve fiziksel olarak,

$$t \propto \frac{1}{d^2}$$

bağıntısını yazmak doğrudur.

6. Tablo 5’deki değerler inceleyerek ‘n’nin kaç olabileceği konusunda gerekçeli bir öneri de bulununuz.

		n = 1	n = 2	n = 3
t (s)	d (cm)	1/d (cm ⁻¹)	1/d ² (cm ⁻²)	1/d ³ (cm ⁻³)
73.0	1.5	0.67	0.44	0.30
41.5	2.0	0.50	0.25	0.13
18.3	3.0	0.33	0.11	0.037
6.8	5.0	0.20	0.040	0.0080

7. Bu durumda uygun bir ölçek seçerek ... ile t arasındaki değişimini gösteren grafiği $t = f(\dots)$ grafiği Tablo-5’ teki değerler yardımıyla aşağıdaki grafik kağıdına çizin ve grafiğin ismini grafiğin altındaki noktalı kısma yazınız.
8. $t \propto \frac{1}{d^2}$ orantısını eşitlik halinde yazmak için; k orantı sabitinin belirlenmesi gerekmektedir;

$$t = k \frac{1}{d^2}$$

9. k orantı sabitini belirlemenin kaç yolu vardır? Tartışınız.

UYARI 3:

Grafik Analizi

Elde edilen grafik doğrusal ise;

$y = f(x)$ için;

$y = mx + n$ şeklinde ifade edilebilir.

Bu ifade genel doğru denklemdir. Burada n, doğrunun düşey eksenini kestiği nokta, m ise doğrunun x eksenine (yatay eksen) göre eğimidir.

Bunun için, grafik üzerinden deneysel noktalar dışında iki nokta seçilir ve bu noktalardan eksenlere paraleller çizilerek bir dik üçgen oluşturulur. Üçgenin yatay eksen ile yaptığı açının tanjantı doğrunun eğimini yani m katsayısını verir.

Bu doğru denkleminde yararlanarak, iki değişken arasındaki ilişki formülleştirilebilir.

10. Sizde yukarıda verilen Uyarı 3 teki bilgidan faydalanarak çizdiğiniz 2. grafiğin eğimini bulunuz.

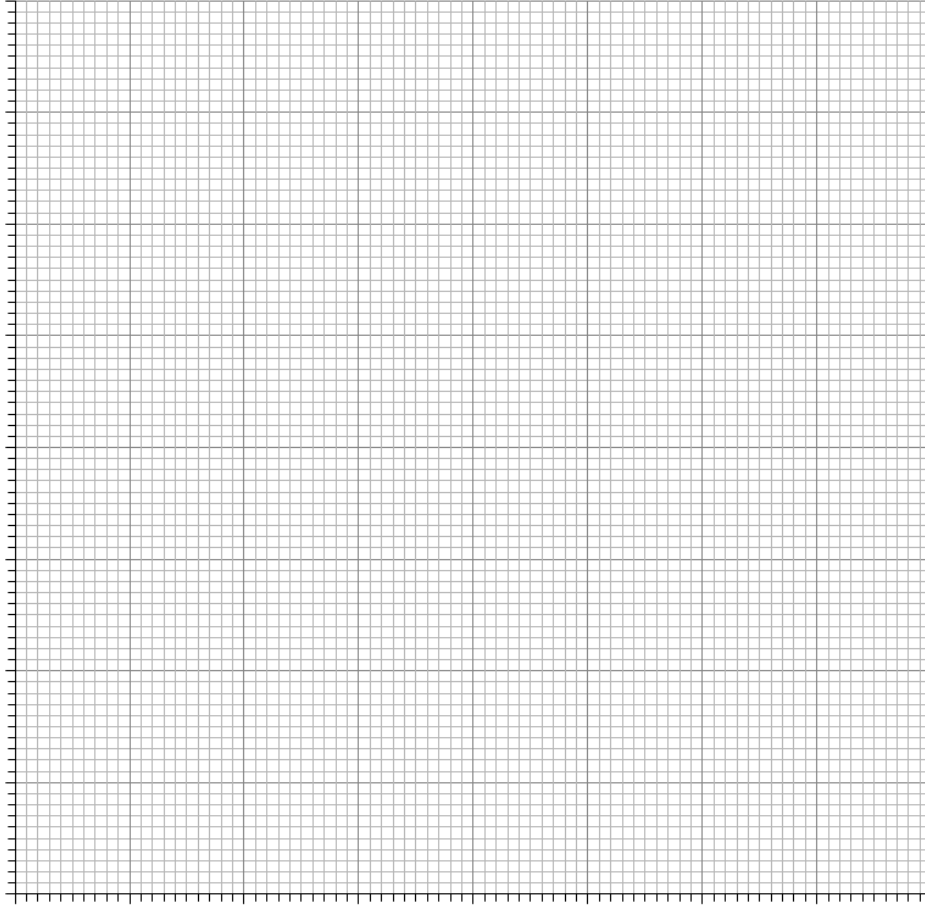
11. Grafikte seçtiğiniz yükseklikteki su için t ile d arasındaki bağıntıyı gösteren bir denklem yazınız.

$$t = \dots\dots\dots \frac{1}{d^2}$$

Deneyde Yapılan Hatanın Belirlenmesi

Hata: Bir fiziksel büyüklüğün ölçülen değeri ile gerçek değeri arasındaki farka denir. Ölçüm sonucunun güvenilirliği yapılan hataların sınırı ile belirlenir. Hatanın işaretini tespit etmek mümkün değildir. Bundan ötürü hata sınırı, $\pm a$ belirsizliği ile verilir. Örneğin; 15.4 ± 0.2 ifadesinin anlamı şudur; ölçülen güvenilir değer 15.4'tür. Ancak hakiki değer, 15.4 den 0.2 daha büyük veya küçük olabilir demektir.

Hata sistematik ve istatistiksel olmak üzere iki türdür.



Grafik 2.

Sistematik hatalar, deney yapılan aletlerin başlangıçta ayarlanmaması, izlenen yöntemin yanlışlığı şeklinde sıralanabilir. Bu tür hatalar sonuca, her zaman aynı yönde etki eder. Deneysel sonuç gerçek değerinden sürekli olarak ya daha büyük ya da daha küçük olur.

İstatistiksel hatalar, ölçü aletlerinin duyarlılıklarının sınırlı olması ölçülen büyüklük veya ölçüm sisteminin kararsız olmasından kaynaklanır. Bu tür hatalar küçük ve çift yönlü hatalardır. Bu hatalar aynı ölçmenin çok sayıda tekrarlanması ile ortaya çıkar. Elde edilen sonuçlar farklı olup belli bir değer etrafında (ortalama değer) dağılım gösterir. Ortalama değer ile her bir ölçme sonucu arasındaki farkların cebirsel toplamı sıfırdır. Bu sonuç bize aynı bir büyüklük için tekrarlanan çok sayıda ölçmede yapılan istatistiksel (rastgele) hataların toplam etkisinin sıfır olduğunu gösterir. Bu tür hataların etkisini azaltmak için ölçüm sayısı artırılır.

Mutlak Hata

Ölçülen bir fiziksel büyüklüğün gerçek değeri x_0 ile, ölçülen x değeri arasındaki farka x_0 'ın mutlak hatası denir.

$$\begin{aligned} \text{Mutlak hata;} \quad \pm \Delta x &= x_0 - x \\ \text{Gerçek değer;} \quad x_0 &= x \pm \Delta x \end{aligned}$$

x_0 gerçek değeri genel olarak tam bilinmediğinden Δx 'in de tam değeri bilinemez. Δx 'in ancak yaklaşık değeri bazı yollardan hesaplanabilir. Uygulamada mutlak hatanın görünen değeri belirlenebilir. Bu da ölçülen değer ile birçok ölçümler sonucu elde edilen en iyi değer arasındaki farka eşittir.

Bağıl Hata

Mutlak hata Δx 'in ölçülen değer x 'e oranına bağıl hata denir.

$$\text{Bağıl Hata} = \frac{|\Delta x|}{x_0} \quad \text{Yüzde Bağıl Hata} = \frac{|\Delta x|}{x_0} \times 100$$