

5. DENEY

YAYLI ve BASİT SARKAÇ

Amaç:

- Bir spiral yayın yay sabitinin belirlenmesi ve basit harmonik hareket yapan bir cismin periyodunun incelenmesi.
- Basit sarkaç kullanılarak yerçekimi ivmesinin belirlenmesi.

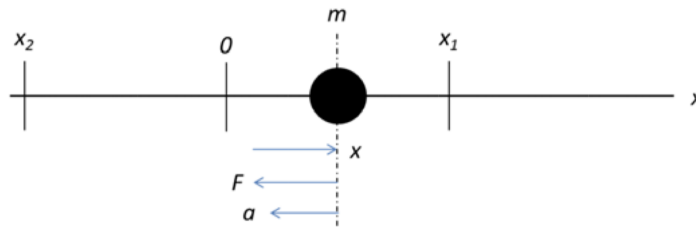
Araç ve Gereçler: Yay, farklı uzunlukta ip, kütle, çubuk metre, kronometre (zaman ölçer), milimetrik kağıt, bilimsel hesap makinesi.

1. Bilgi

Basit Harmonik Hareket: Belirli aralıklarla tekrarlanan harekete **periyodik hareket**, sabit bir nokta etrafında periyodik hareket yapan cismin hareketine ise **titreşim hareketi** denir.

Genellikle sinüs veya kosinüs fonksiyonu olarak ifade edilen periyodik hareketlere **harmonik hareket** denir. Böyle bir hareket yapan bir parçacığın hiçbir kuvvetin etkisinde olmadığı konumu **denge konumu** ve herhangi bir andaki konumunun denge konumuna olan uzaklığı da **uzanım** olarak anılır. Parçacığı denge konumuna geri getirmeye çalışan kuvvet, uzanımla orantılı ise titreşim hareketine **basit harmonik hareket (BHH)** denir.

Bir yaya asılı bir kütlenin denge durumundan uzaklaştırılarak serbest bırakılması sonucu



Şekil 1: BHH yapan parçacık.

yaptığı hareket BHH 'dir. BHH 'de parçacığa etki eden geri getirici kuvvet F ve bu kuvvetin yönü y 'nin zıt yönünde olduğundan,

$$F = -kx \quad (1)$$

dir. Bu bağıntıdaki k orantı katsayısıdır. Diğer taraftan, parçacığa bir kuvvet etki ettiğinden Newton'un ikinci kanununa göre bu geri getirici kuvvet,

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2)$$

dir. Buradan,

$$-kx = m \frac{dv}{dt} \quad \text{veya} \quad m \frac{d^2y}{dt^2} + kx = 0 \quad (3)$$

denklemini yazılabilir. $\omega^2 = k/m$ (ω ; açısal frekans) olmak üzere, bu son denklem

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (4)$$

şeklinde ifade edilir. (4) denkleminin genellikle harmonik osilatör denkleminin denir ve çözümü, A bir sabit genlik, δ başlangıç fazı olmak üzere

$$y = A \sin(\omega t + \delta) \quad (5)$$

şeklinde dir.

(5) bağıntısından hareket ederek;

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta) \quad (6)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y \quad (7)$$

elde edilir. Öte yandan açısal frekansın $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğu göz önüne alınırsa, basit harmonik hareketin periyodu da

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (8)$$

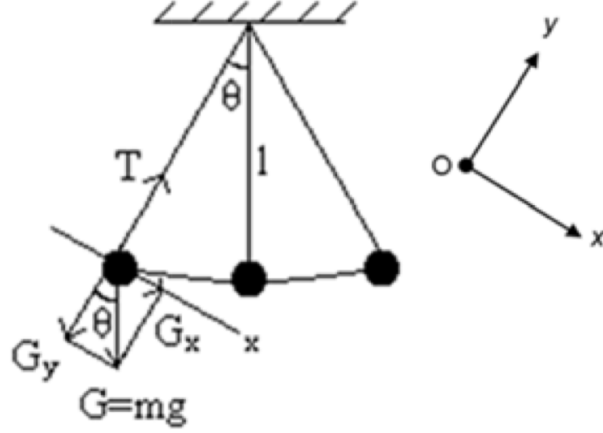
olarak bulunur.

Yerçekimi İvmesi: Bilindiği gibi, yeryüzünde fazla yüksek olmayan bir yerden serbest bırakılan bir cisim gittikçe hızlanarak düşer. Cismin bir ilk hızı olmadığına göre harekete geçebilmesi için bir kuvvet gerekir. Bu ise dinamiğin temel prensibine göre, cismin bir ivme kazanmasıyla açıklanabilir. Öte yandan serbest düşen cisim gittikçe hızlandığına göre cismin böyle bir ivme kazandığı açıktır. Cisme etki eden bu ivmeye g **yerçekimi ivmesi**, bu ivmenin oluşturduğu (G) kuvvetine de cismin **ağırlığı** denir. Bu takdirde, m cismin kütlesi ise,

$$G = mg \quad (9)$$

dir. Başka bir deyimle G ağırlığı dünyanın cisme etki ettirdiği kuvvettir ve genellikle **gravitasyon** veya **yerçekimi kuvveti** olarak anılır. Ancak etki-tepki prensibine göre, dünyanın cisme etki ettirdiği G kuvvetine karşılık cisim de dünyaya, bu kuvvete eşit fakat zıt yönde bir kuvvet etki ettirmektedir.

Basit Sarkaç: Bir ucundan tespit edilmiş ℓ uzunluğundaki hafif iplikle taşınan m kütleli noktasal bir cismin oluşturduğu düzeneğe basit sarkaç denir (Şekil-2). Basit sarkaç denge konumundan küçük bir θ açısı kadar uzaklaştırılıp serbest bırakılırsa mg yerçekimi kuvvetiyle ipteki T gerilmesinin etkisi altında düşey bir düzlemde periyodik salınımlar yapar. (x, y) koordinat eksenleri olarak Şekil-1’de verilen eksenler seçildiğinde mg ’nin x doğrultusundaki bileşeni $mg \sin \theta$, y doğrultusundaki bileşeni ise $mg \cos \theta$ olur. Dolayısıyla ipteki T gerilmesi $mg \cos \theta$ ile dengelenir.



Şekil 2

$mg \sin \theta$ bileşeni ise, m kütlelerini 0 denge durumuna getirmeye çalışan geri getirici kuvvetin şiddeti olup,

$$F = mg \sin \theta \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. θ açısının küçük (5° den küçük) olması halinde, $\sin \theta \approx \theta$ olup, $\theta = x/\ell$ dir. Bu durumda geri getirici kuvvet,

$$F = -mg\theta = -mg\frac{x}{\ell} \quad (11)$$

dir. O halde küçük x uzanımları için geri getirici kuvvet uzanımla orantılıdır ($F \propto x$). Dolayısıyla bu şart altında basit sarkacın hareketi basit harmonik hareket'tir. Buna göre k orantı katsayısı olmak üzere,

$$F = -kx \quad (12)$$

yazılabilir. (12) bağıntısındaki (-) işareti geri getirici kuvvet olduğunu ifade eder. (11) ve (12) bağıntıları yardımıyla

$$-kx = -mg\frac{x}{\ell} \text{ veya } k = \frac{mg}{\ell} \quad (13)$$

yazılabilir. $F = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)$ ile verilen dinamiğin temel bağıntısı yardımıyla

$$-kx = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right) \quad (14)$$

elde edilir. $\omega^2 = \frac{k}{m}$ olmak üzere, (13) bağıntısı

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (15)$$

şekline dönüşür. Bu bağıntı ise basit harmonik hareketin diferansiyel denklemidir. (15) denkleminin çözümü, A bir sabit olan genlik değeri, δ başlangıç fazı olmak üzere,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (16)$$

şeklindedir. Ancak başlangıç şartına bağlı olarak, çözüm

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (17)$$

şeklinde de olabilir. Öte yandan $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğundan hareketin periyodu,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/\ell}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (18)$$

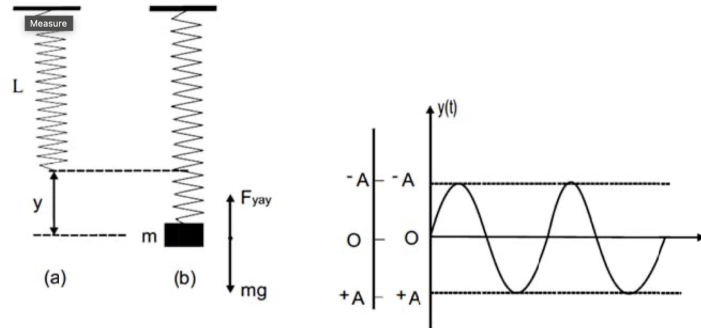
ile ifade edilir. Bu bağıntıdan küçük salınımlar için basit sarkaç periyodunun sarkaç cisminin kütlesine, salınının genliğine bağlı olmadığı; sadece sarkaç uzunluğuna ve yerçekimi ivmesine bağlı olduğu anlaşılır.

“Ancak (17) bağıntısı θ açısının küçük olması halinde geçerlidir.”

2. Deney

Yay Sabitinin Belirlenmesi

1. Yayın ucuna bir m kütlesi asılır ve kütle denge durumundan bir miktar aşağıya doğru çekilerek serbest bırakılır. Bu durumda yay ve kütleden oluşan sistem denge durumu etrafında BHH yapar.
2. BHH'in periyodunu belirlemek için 10 tam salınımlık süre ölçülür. Bu değerlerden ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-1'e işlenir.



Şekil 3: Yaylı sarkaç. m kütlesi asıldığı zaman yay Δy kadar uzar. Yay kuvveti kütlenin ağırlığına eşit olunca denge oluşur. Kütle denge konumundan $y = A$ kadar aşağı çekilir ve serbest bırakılırsa BHH gözlenir.

3. Yaya asılan kütleler gittikçe arttırılarak benzer şekilde ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-1'e işlenir.

m (kg)	$10T$ (s)	T_{ort} (s)	T^2 (s ²)	k (N/m)

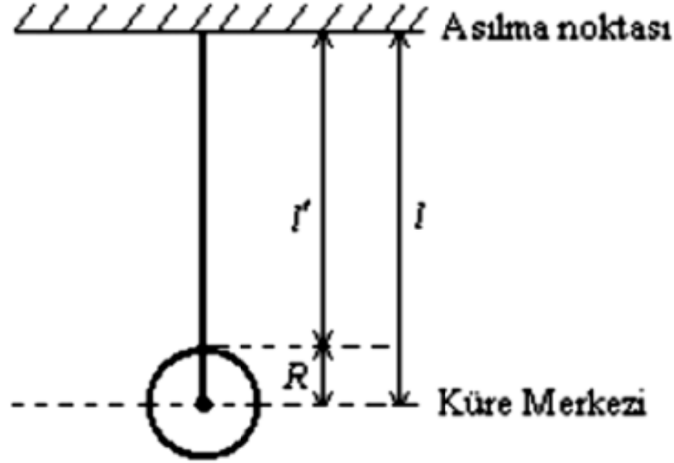
4. Tablo-1'deki değerlerden $T^2 = f(m)$ grafiği çizilir. Bu eğri (8) bağıntısına göre orijinden geçen bir doğru olmalıdır.



5. Çizilen bu eğriden seçilen iki tane (m, T^2) değer çifti için (8) bağıntısı yardımıyla yay sabiti hesaplanır. Sonuçlar Tablo-1'e işlenir.

Yerçekimi İvmesinin Belirlenmesi

6. Asılma noktasından sarkaç cismine kadar olan ℓ' ip boyu bir cetvel yardımıyla ve kürenin $2R$ çapı kumpas kullanılarak ölçülerek sarkacın $\ell = \ell' + R$ uzunluğu hesaplanır. Bu işlem 4 farklı ip için ölçülerek değerler Tablo-2'ye işlenir.



Şekil 4

7. Sarkaç denge konumundan bir miktar (yaklaşık 5°) ayrılarak salınım yapması sağlanır. Sabit bir noktadan sarkacın aynı yöne doğru ardı ardına iki geçişi bir salınım olmak üzere 10 tam salınım için geçen süre kronometre ile okunarak sarkaç periyodu bulunur. Sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.
8. Bu işlemler farklı uzunluklu sarkaçlar (en az 4 tel) için tekrarlanarak bulunan değerler Tablo-2'ye işlenir.

$$2R = 10 \text{ cm} \quad R = 5 \text{ cm} \quad \ell' = \dots \quad g_{\text{gerçek}} = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$\ell = \ell' + R$ (m)	$10T(s)$	$T_{\text{ort}} (s)$	$g_{\text{ort}} (\text{ m/s}^2)$	$\frac{ \Delta g }{g_{\text{gerçek}}}$

9. Tablo-2'den yararlanarak $T^2 = f(\ell)$ grafiği çizilir. Grafikten bulunan ℓ/T^2 oranı ve (17) ifadesi yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.



10. Yerçekimi ivmesinin bulunulan yerde bilinen değeri yardımıyla g 'nin belirlenmesinde yapılan bağıl hata,

$$\frac{|\Delta g|}{g_{\text{gerçek}}} = \frac{|g_{\text{gerçek}} - g_{\text{ort.}}|}{g_{\text{gerçek}}} \quad (19)$$

bağıntısından hesaplanarak Tablo-2'ye işlenir.