



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

Fen Edebiyat Fakültesi

Fizik Bölümü

FIZ1262 FİZİK LABORATUVARI - 1

MEKANİK

İSTANBUL-2025

İÇİNDEKİLER

KISALTMA LİSTESİ	ii
M0. BİR DENEYİN ANALİZİ	1
M1. EĞİK DÜZLEM	6
M2. NEWTON HAREKET KANUNLARI	15
M3. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU – MAXWELL TEKERLEĞİ	22
M4. EĞİK ATIŞ HAREKETİ	29
M5. DAİRESEL HAREKET VE AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU	34
M6. EYLEMSİZLİK MOMENTİ	43
M7. YAYLI VE BASİT SARKAÇ	50
M8. BURULMA SARKACI VE FİZİKSEL SARKAÇ	58
M9. ÇARPIŞMALAR	68
M10. BALİSTİK SARKAÇ	75

KISALTMA LİSTESİ

- Enerji (E)
- Kuvvet (F)
- Lineer hız (v)
- Açısal yerdeğiştirme (φ)
- Açısal hız (ω)
- Lineer ivme (a)
- Açısal ivme (α)
- Lineer momentum (p)
- Açısal momentum (L)
- Tork (τ)
- Periyot (T)
- Frekans (f)
- Potansiyel enerji (U)
- Kinetik Enerji (K)
- Öteleme Kinetik enerjisi $K_{öteleme}$
- Dönme Kinetik enerjisi $K_{dönme}$
- Mekanik enerji (E_M)
- Kütle (m, M)
- Süre (t)
- Eylemsizlik Momenti (I)
- Yerçekimi ivmesi (g)
- Yükseklik (h)
- İş (W)

M0. BİR DENEYİN ANALİZİ

AMAÇ: Bir deneyden alınan sonuçların grafikler halinde nasıl gösterilebileceğinin ve analiz edilebileceğinin öğrenilmesi, analiz sonucu elde edilen matematiksel bağıntılar yardımıyla benzer deneylerin sonuçlarının tahmin edilebilmesi ve hata hesabının öğrenilmesi.

DENEY

Tablo-1’de bir deneyden alınan ölçüm sonuçları verilmiştir. Deneyde aynı hacimli dört büyük silindirik kap kullanılmıştır. Kapların tabanlarına çapları farklı büyüklüklerde dairesel delikler açılmıştır. Her denemede kaplara farklı yüksekliklerde su konulmuş ve kapların boşalma sürelerinin su miktarına nasıl bağlı olduğu araştırılmıştır. Her ölçüm bir kaç kez tekrarlanmış ve kapların boşalma sürelerinin ortalamaları alınmıştır. Kullanacağınız tüm deneysel veriler Tablo-1’de verilmiştir. Amaç, deney sonuçlarını grafikler halinde ifade ederek, analiz etmek ve benzer deney sonuçlarını, deney yapmadan tahmin edebilmektir.

Tablo-1

$d \text{ (cm)}$ \ $h \text{ (cm)}$	30	10	4	1
1.5	73.0 s	43.5 s	26.7 s	13.5 s
2	41.5 s	23.7 s	15.0 s	7.2 s
3	18.3 s	10.5 s	6.8 s	3.7 s
5	6.8 s	3.9 s	2.2 s	1.5 s

ANALİZ

Veriler grafiklerle gösterilirse benzer bir deneyin sonucunu kestirmek ve olayla ilgili matematiksel bağıntıyı bulmak çok kolaydır. Böyle bir analizde birbirinden bağımsız değişkenler, değişkenlerden biri sabit tutularak ayrı ayrı incelenir. Örneğin, bu deneyde kabın boşalma süresinin (t), önce su yüksekliği (h) sabit tutularak delik çapı (d) ile sonra delik çapı sabit tutularak su yüksekliğiyle değişimini inceleyerek, olayla ilgili matematik bir bağıntı bulunabilir.

A) h =sabit için inceleme

1. Önce sabit bir su yüksekliğini (örneğin $h=30\text{cm}$) seçin.
2. Delik çapına bağlı olarak kabın boşalma süresinin grafiğini çizin. Grafiği çizerken değişkeni (d delik çapı) yatay eksen, fonksiyonu (t boşalma süresi) düşey eksen ($t=f(d)$ grafiği)

gösterin. Eksenler üstünde yapacağınız okumaların sağlıklı olması için grafiğinizi kâğıdın en az yarısını kaplayacak şekilde çizip, işaretlediğiniz noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.

Soru: Eğriyi çizmenin tek bir yolu mu var, yoksa aynı noktalardan geçen farklı eğriler de çizilebilir mi?

3. Bir grafikte ölçülen noktalar arasında bulunan ama ölçümü yapılmamış bir noktadaki değerin grafikten okunmasına **interpolasyon**, ölçülen noktalar dışında kalan herhangi bir noktadaki değeri okumaya **ekstrapolasyon** yapmak denir. Buna göre, deliğin çapının $d=4\text{cm}$ ve $d=8\text{cm}$ olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini grafikten okuyun. Sizce hangi değer daha güvenilirdir?

$d=4\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

$d=8\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

4. Biraz daha kesin olmak için, t ve d arasında bir bağıntı bulmak gerekir. t ile d arasındaki grafik t 'nin $\frac{1}{d^2}$ ile orantılı olduğunu ima eder. Şimdi de uygun bir ölçek seçerek $\frac{1}{d^2}$ 'nin t ile değişimini gösteren grafiği ($t=f(\frac{1}{d^2})$ grafiği) Tablo-2'deki değerler yardımıyla çizin.

Tablo-2

$h(\text{cm})$ $1/d^2 (\text{cm}^{-2})$	30	10	4	1
0.44	73.0 s	43.5 s	26.7 s	13.5 s
0.25	41.5 s	23.7 s	15.0 s	7.2 s
0.11	18.3 s	10.5 s	6.8 s	3.7 s
0.04	6.8 s	3.9 s	2.2 s	1.5 s

5. Çizdiğiniz grafiğin eğimini bulup, grafikte seçtiğiniz yükseklikteki su için t ile d arasındaki bağıntıyı gösteren bir denklem yazın.

$$t = \dots\dots\dots \frac{1}{d^2}$$

6. Bulduğunuz denklemden deliğin çapının $d=4\text{cm}$ ve $d=8\text{cm}$ olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini hesaplayın.

$d=4\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

$d=8\text{cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

7. Bu değerleri daha önce grafikten okuduğunuz değerlerle kıyaslayın. Size göre hangi değerler daha güvenilirdir?

8. Diğer su yükseklikleri için, denklemin doğru olup olmadığını sınamak amacıyla aynı grafik üstüne $h=10\text{cm}$, $h=4\text{cm}$ ve $h=1\text{cm}$ için de t ile $\frac{1}{d^2}$ 'ye ait grafikleri ($t=f(\frac{1}{d^2})$ grafikleri) izin.

Nasıl bir sonuca varıyorsunuz?

B) $d=\text{sabit}$ için inceleme

1. Şimdi deliğin çapını sabit tutarak t 'nin h ile nasıl değiştiğini araştırın. Bunun için, tabanında $d=1,5\text{cm}$ çaplı delik bulunan kabı ele alın. Su yüksekliğini (h) yatay eksen de, boşalma süresini (t) düşey eksen de ($t=f(h)$ grafiği) gösterin. Yine noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.

2. Bu eğrinin başlangıç noktasından (orijin) geçip geçmediğine karar verin.

3. $h=20\text{cm}$ ve $d=4\text{cm}$ durumunda kabın boşalma süresinin t 'nin $\frac{1}{d^2}$ 'ye göre grafiğinden nasıl bulunacağını tartışarak hesaplayın.

$t = \dots\dots$

4. t ile h arasında bir bağıntı elde etmek için basit bir yol yoktur. Bu durumda, t 'nin h^n ile orantılı olup olmadığını araştırmak en iyi yoldur. Eğer t ; h^n ile orantılıysa $\log t$ de $n \log h$ ile orantılı olmalıdır. O halde tam logaritmik kâğıda $d=1,5\text{cm}$ çaplı delik bulunan kap için $t=f(h)$ grafiğini çizin.

5. Logaritmik kâğıda izdiğiniz grafiğin eğimini bulun.

Eğim = $\dots\dots$

6. Bulunan eğim, t 'nin h 'ın kaçıncı kuvveti ile orantılı olduğunu yani " n "yi verecektir. Bulduğunuz eğimi kullanarak t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

Denklem: $\dots\dots\dots$

7. t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı bir kez de $\ln t$ 'nin $\ln h$ 'a göre grafiğini ($\ln t = f(\ln h)$) çizerek bulun. Bunun için $\ln t = f(\ln h)$ grafiğinin eğimini hesaplayıp, t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

Eğim=..... Denklem:

8. Her iki yöntemle bulunan sonuçları kıyaslayın.

C) h =sabit ve d =sabit için yapılan inceleme sonuçlarının birleştirilmesi

h =sabit ve d =sabit için yapılan incelemelerden

$$t \propto \frac{1}{d^2} \quad \text{ve} \quad t \propto \sqrt{h} \quad \longrightarrow \quad t \propto \frac{\sqrt{h}}{d^2}$$

sonuçlarına ulaşmış olmanız gerekir. O halde kabın boşalma süresinin h ve d 'ye bağlılığı

$$t = k \frac{\sqrt{h}}{d^2} \quad (1)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. Denklem (1)'de k orantı sabitidir.

1. İyi bilinen t , d ve h değerlerini kullanarak Denklem (1) yardımıyla k orantı sabitini hesaplayın.

k =

2. k sabitinin daha güvenilir bir değerini elde etmek için t 'nin $\frac{\sqrt{h}}{d^2}$ 'ye göre değişimini gösteren

grafiği ($t = f(\sqrt{h}/d^2)$ grafiği) çiziniz. Grafiğin eğimini alarak k orantı sabitini bulun.

k =

3. İki yöntemle elde ettiğiniz k sabitlerini karşılaştırın ve hangi yöntemin sizce daha güvenilir olduğunu belirtin.

4. Denklem (1)'den $h=20\text{cm}$ ve $d=4\text{cm}$ durumu için kabın boşalma süresini hesaplayın.

t =

5. Daha önce B bölümü 3. maddede bulduğunuz sonuçla, şimdi bulduğunuz süreyi kıyaslayın.

6. Sizce hangi sonuç daha güvenilirirdir?

D) Hata hesabı

Doğrudan ölçmelerde yapılan hata, hesaplanan bütün fiziksel büyüklüklere yayılır. Bir z fiziksel büyüklüğünün, x ve y gibi bağımsız olarak ölçülebilen iki fiziksel büyüklüğe

$$z = f(x, y) \quad (2)$$

ifadesiyle bağılı olduğunu kabul edelim. z fiziksel büyüklüğü üstünde yapılan Δz mutlak hata, x yerine $x + \Delta x$ ve y yerine $y + \Delta y$ konulduğunda

$$\Delta z = f(x, y) - f(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

değişimine eşit olur. Bu değişim, Denklem (2) ifadesinin diferansiyeli alınarak bulunur:

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right| \Delta y \quad (3)$$

Bağılı hatayı hesaplamak için önce Denklem (2) ifadesi $\ln z = \ln f(x, y)$ şeklinde yazılır sonra diferansiyeli alınır:

$$\frac{\Delta z}{z} = \left| \frac{\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}}{f(x, y)} \right| \Delta x + \left| \frac{\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}}{f(x, y)} \right| \Delta y \quad (4)$$

Soru: Denklem (3) ve (4)'de niçin mutlak değer ifadesi kullanılır?

Ölçümlerini N kez tekrarladığımız gerçek bir deneyde standart sapma,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |x - \bar{x}|^2}{N}} \quad (5)$$

hata olarak kabul edilir. Burada x fiziksel niceliğin ölçülen değeri, $\bar{x}$ ölçümlerin ortalama değeridir.

Soru: Yukarıda incelediğiniz deneyde uzunluklar sürgülü kompasla, zaman ise süreölçer ile ölçülmüştür. Sürgülü kompas ile yapılan bir ölçümde hatayı $\pm \Delta x = 0,01 \text{ cm}$, süreölçer ile yapılan ölçümlerde yapılan hatayı $\pm \Delta t = 0,01 \text{ s}$ alın. Denklem (3)'den yararlanarak mutlak hata

$$\Delta t = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 \sqrt{h}} \Delta h + 2 \frac{\sqrt{h}}{d^3} \Delta d \quad (6)$$

ve denklem (4)'den yararlanarak bağılı hata

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta d}{d} \quad (7)$$

olarak bulunur. Buna göre, Denklem (6)'dan t üstünde yapılan mutlak hatayı ve Denklem (7)'den t üstünde yapılan bağılı hatayı hesaplayın.

M1. EĞİK DÜZLEM

SÜRTÜNME KATSAYISININ BELİRLENMESİ

DENEYİN AMACI: Sürtünen yüzeyler için statik (μ_s) ve kinetik (μ_k) sürtünme katsayılarının eğik düzlem kullanarak belirlenmesi.

KULLANILAN ARAÇ GEREÇ: Cetvel, kronometre, ahşap yüzeyli ve kumaş yüzeyli bloklar.

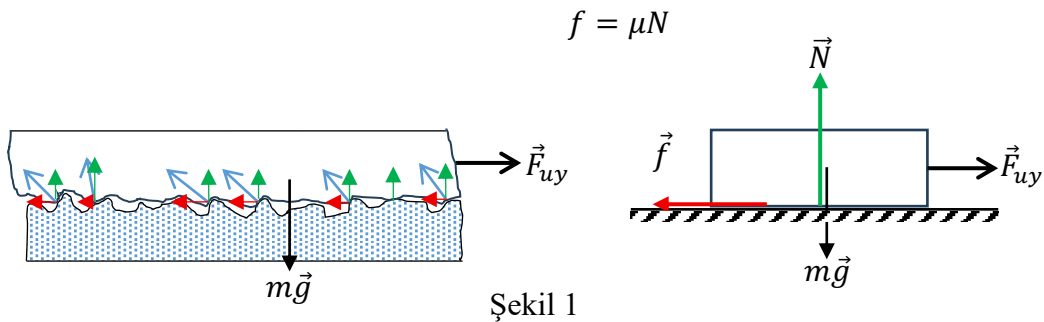
GENEL BİLGİLER

Kuvvet, bir cismin çevresi ile etkileşmesinin bir ölçüsüdür. Cisim bir masa üzerinde olduğu düşünülürse, cismin çevresi masa olacaktır. Birbirleri ile sürtünen yüzeyler düşünüldüğünde, her iki cisim de birbirinin çevresi olacak şekilde etkileşirler. Bu etkileşme neticesinde birbirleri üzerine eşit ve zıt yönlü kuvvetler etki ettirirler. Ortaya çıkan bu kuvvetin doğasında sürtünen yüzeylerin pürüzlülüğünden kaynaklanan temas kuvvetleri vardır. Bu kuvvete sürtünme kuvveti denir.

Sürtünme kuvvetleri sürtünen cisimlerin yüzeylerinin pürüzlülüğü ile doğru orantılıdır. Aynı zamanda temas noktalarında cisimlerin birbirlerine etki ettirdikleri normal kuvvetlerin dik bileşeni ile de orantılıdır(Şekil 1). En genel sürtünme kuvveti bir orantı sabiti ile normal kuvvetin çarpımı şeklinde $f = \mu N$ ifadesi ile verilir. Orantı sabiti μ sürtünen yüzeyler için sürtünme katsayısı olarak adlandırılır. Sürtünen cisimlerin pürüzlülüğü ne kadar büyükse o cisimler için sürtünme katsayısı o kadar büyüktür.

Katı cisimler için (elastik olmayan, rijit) sürtünme katsayısının en büyük değeri 1 dir ve boyutsuzdur. Bunun anlamı, en fazla 45 derecelik bir eğim de kaymadan durabilen katı cisimler ile eğik yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 1 dir. Sürtünen elastik yüzey çiftleri için sürtünme katsayısı 1 den büyük olabileceği unutulmamalıdır. Bu deneyde katı (elastik olmayan) cisimlerin sürtünme kuvvetleri ile ilgilenilecektir.

Sürtünme kuvveti vektörel bir büyüklük olmasına rağmen skaler bir denklemlle ifade edildiğine dikkat edin. Şekil 1 de gösterildiği gibi sürtünme kuvveti, cisimlerin temas noktalarında oluşan normal kuvvetin yatay bileşenlerinin toplamıdır. Aynı şekilde düşey bileşenlerinin toplamı da cisme etki eden normal kuvveti $\vec{N}$ vektörünü oluşturur.

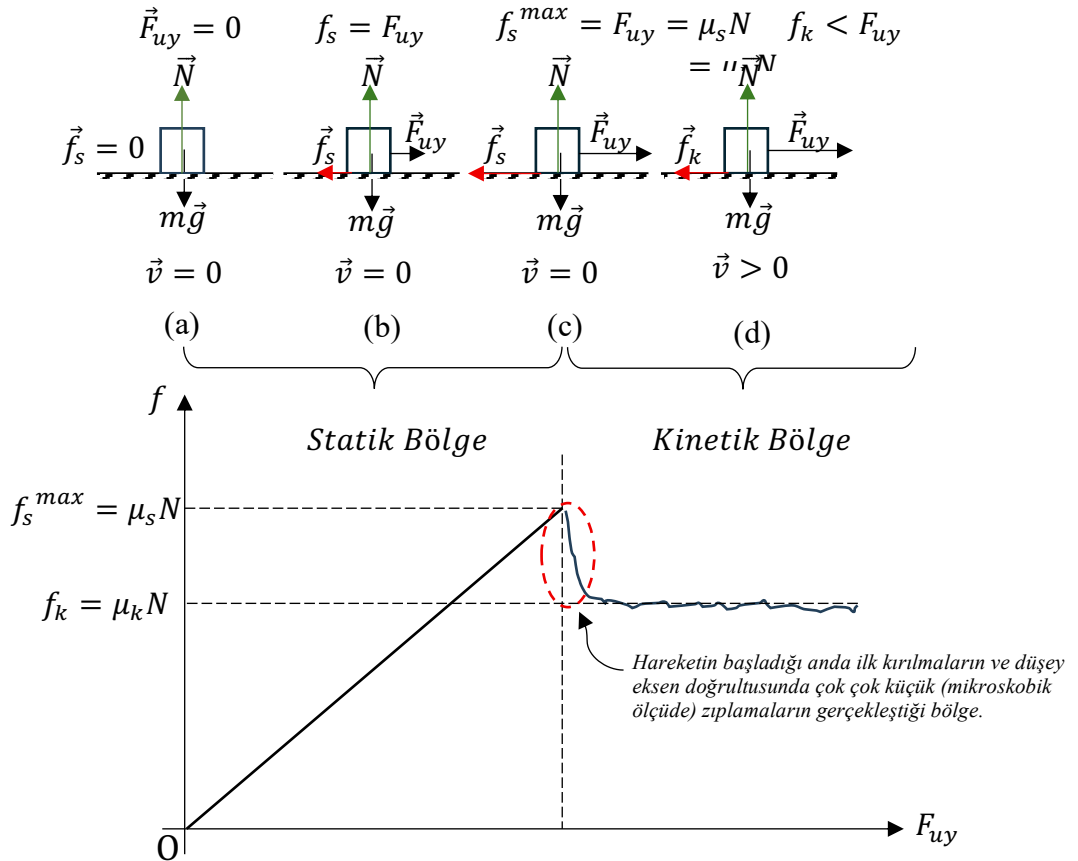


Sürtünme kuvvetleri cisimlerin olası hareket yönü veya harekete meyli yönünün tersi yönünde oluşmaktadır. Yürüyen bir kişiyi düşündüğünüzde, ayakkabının tabanı ile yer arasında oluşan sürtünme kuvvetinin yönü ayakkabının yere göre hareket yönünün tersi yönündedir. Oluşan sürtünme kuvvetinin aynı zamanda kişinin hareket yönü ile aynı olması çelişki gibi görünebilir. Yer ile etkileşen kişi değil ayakkabının tabanıdır. Bu bir çelişki oluşturmaz. Eğer kişinin hareket yönünün tersinde bir sürtünme kuvveti aranacaksa bu hava sürtünmesi olabilir.

Bir cisim hareket etmediği ancak hareket etme meyli olduğu durumda sürtünme kuvveti mevcuttur. Bunun anlamı eğer cisme bir dış kuvvet uygulanmasına rağmen cisim duruyor ise Newton'un birinci yasası gereği, cisme uygulanan kuvvetin zıt yönünde ve eşit büyüklükte bir kuvvetin olması gerektirir. Bu kuvvet statik sürtünme kuvvetidir. Statik sürtünme kuvveti cisim hareket edene kadar olan durgun kısımda oluşmaktadır. Bu nedenle statik sürtünme kuvveti sıfır ile maksimum bir değer arasında birden fazla değer alabilir (Şekil 2).

Sürtünme kuvvetleri, cisimlerin pürüzlü bir yüzey üzerinde, hava veya sıvı ortamlarda hareket ettiği durumlarda da oluşmaktadır. Yani cismin çevresi ile bağlı hıza sahip olması durumunda oluşan sürtünme kuvveti kinetik sürtünme kuvveti olarak adlandırılır. Sürtünen iki katı cisim için, kinetik sürtünme kuvvetinin tek bir değeri vardır.

Şekil 2 de gösterildiği gibi, masa üzerinde duran m kütleli cisme yatay doğrultuda bir kuvvet uygulanmadığında sürtünme kuvveti oluşmaz (Şekil 2-a). Cisme yatay doğrultuda bir kuvvet uygulandığında cisim yine hareket etmeyecek ancak uygulanan kuvvete eşit ve zıt yönlü f_s statik sürtünme kuvveti oluşacaktır (Şekil 2-b). Sürtünme kuvvetinin oluşmasına neden olan F_{uy} uygulanan kuvvettir. Cisme yatay doğrultuda uygulanan kuvvet hareketi hemen hemen başlatacak kadar artırıldığında uygulanan kuvvete eşit ve zıt yönlü f_s statik sürtünme kuvveti maksimum değerini alır. Bu değer $f_s^{max} = \mu_s N$ dir (Şekil 2-c).



Şekil 2

Cisme uygulanan yatay kuvvet artırılmaya devam edilirse, cisim artık harekete geçmiş olacak ancak bu durumda cisme etki eden sürtünme kuvveti uygulanan kuvvetten küçük ve tek bir sabit değere sahip olacaktır. Bu değer $f_k = \mu_k N$ dir ve statik sürtünme kuvvetinin maksimum değeri $f_s^{max} = \mu_s N$ den küçüktür (Şekil 2-d).

$$\begin{aligned} f_k &< f_s^{max} \\ f_k = \mu_k N &< f_s^{max} = \mu_s N \\ \mu_k N &< \mu_s N \\ \mu_k &< \mu_s \leq 1 \quad \text{olmalıdır.} \end{aligned}$$

Cisim durgun halden harekete geçtiği anda oluşan kırılmalar nedeni ile sürtünen yüzeylerin pürüzlülüğü azalacağından kinetik sürtünme kuvveti statik sürtünme kuvvetinin maksimum değerinden küçük olur. Hareketin devamında bu kırılmalar ilkinde olduğu kadar şiddetli olmayacağı için kinetik sürtünme kuvveti hemen hemen sabit kalır.

Katı cisimler arasındaki sürtünme kuvvetini statik sürtünme, kinetik sürtünme ve yuvarlanma sürtünmesi olarak üçe ayırabiliriz.

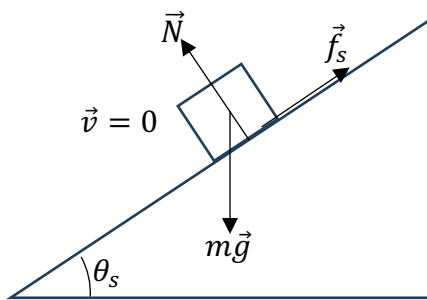
Yuvarlanma sürtünmesi kaymadan yuvarlanan cisimlere etki eden sürtünme kuvvetidir ve statik tabanlıdır. Yani cismin temas noktası ile çevresi arasında bağıl hız sıfırdır. Yuvarlanma hareketinde sürtünme kuvvetinin yönü, cisme uygulanan kuvvetin uygulama noktasına göre değişmektedir. Ancak sürtünme kuvvetinin yönü hakkında yukarıda verdiğimiz tanımlarla uyum içindedir.

Sürtünme kuvveti atomik ölçekteki etkileşmeye de bağlı olduğu unutulmamalıdır. Sürtünme kuvvetleri için yukarıda yaptığımız tanımlamalar mekanik çerçeve içinde ele alınmıştır.

DENEY

Statik sürtünme katsayısının belirlenmesi

Deneyin bu kısmında farklı yüzey çiftleri için statik sürtünme katsayısı hesaplanacaktır.



$$f_s - mg \sin \theta_s = 0$$

$$N - mg \cos \theta_s = 0$$

$$f_s = \mu_s N$$

$$\mu_s = \tan \theta_s$$

- 1) Tahta bloğun tahta yüzeyini eğik düzlem üzerine koyarak blok harekete geçene kadar eğim açısını yavaş yavaş artırınız. Bu durumda cisme etki eden statik sürtünme kuvveti maksimum değerine ulaşmıştır.
- 2) Eğik düzlemin açı ölçerinden θ_s açı değerini Tablo 1' e işleyiniz.
- 3) Bu açı değeri ile $\mu_s = \tan (\theta)$ statik sürtünme katsayısını hesaplayarak Tablo 1' e işleyiniz.

- 4) Bu işlemi eğik düzlemin farklı bölgeleri için 5 defa tekrarlayınız.
- 5) Daha sonra aynı bloğun kumaş tarafını eğik düzlem üzerine koyup yukarıdaki işlemleri tekrarlayınız. Bulduğunuz değerleri Tablo 2' ye işleyiniz.

Tablo 1: Eğik düzlem yüzeyi ile tahta yüzey arasındaki statik sürtünme katsayısı

Ölçüm	θ_s	$\mu_s = \tan(\theta_s)$	$\Delta\mu_s = \mu_s - \mu_s^{ort}$	$\Delta\mu_s^2$
1				
2				
3				
4				
5				
$\mu_s^{ort} =$				
$(\Delta\mu_s^{ort})^2 =$				
$\mu_s = \mu_s^{ort} \pm (\Delta\mu_s^{ort})^2 = \pm$				

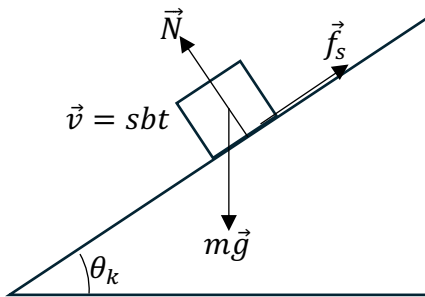
Tablo 2: Eğik düzlem yüzeyi ile kumaş yüzey arasındaki statik sürtünme katsayısı

Ölçüm	θ_s	$\mu_s = \tan(\theta_s)$	$\Delta\mu_s = \mu_s - \mu_s^{ort}$	$\Delta\mu_s^2$
1				
2				
3				
4				
5				
$\mu_s^{ort} =$				
$(\Delta\mu_s^{ort})^2 =$				
$\mu_s = \mu_s^{ort} \pm (\Delta\mu_s^{ort})^2 = \pm$				

Kinetik sürtünme katsayısının belirlenmesi

Deneyin bu kısmında farklı yüzey çiftleri için kinetik sürtünme katsayısı hesaplanacaktır. Deneyin bu kısmı iki aşamada yapılacaktır.

I. Eğik düzlem üzerinde bloğu sabit hız ile hareket ettirerek kinetik sürtünme katsayısının bulunması



$$f_k - mg \sin \theta_k = 0$$

$$N - mg \cos \theta_k = 0$$

$$f_k = \mu_k N$$

$$\mu_k = \tan \theta_k$$

$$\theta_k < \theta_s \text{ olmalıdır}$$

- 1) Tahta bloğun tahta yüzeyini eğik düzlem üzerine koyunuz.
- 2) Bloğa parmağımız ile küçük dokunuşlar yaparak sabit hızla hareket edip etmediği kontrol edilir. Bloğun sabit hız ile hareketi görülene kadar eğim açısı değiştirilir.
- 3) Sabit hız ile hareket görüldüğünde, eğik düzlemin açı ölçerinden okunan θ açısı değerini Tablo 3' e işleyiniz.
- 4) Bu açı değeri ile $\mu_k = \tan(\theta_k)$ kinetik sürtünme katsayısını hesaplayarak Tablo 3' e işleyiniz.
- 5) Bu işlemi 10 defa tekrarlayınız.
- 6) Daha sonra aynı bloğun kumaş tarafını eğik düzlem üzerine koyup yukarıdaki işlemleri tekrarlayınız. Bulduğunuz değerleri Tablo 4' e işleyiniz.

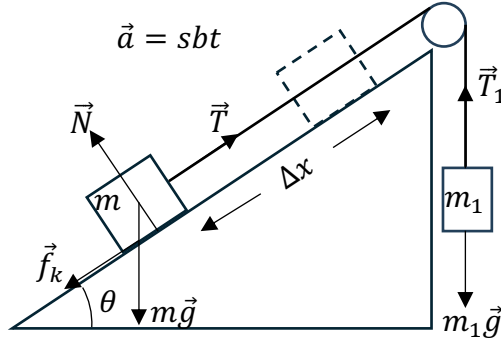
Tablo 3: Eğik düzlem yüzeyi ile tahta yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı

Ölçüm	θ_k	$\mu_k = \tan(\theta_k)$	$\Delta\mu_k = \mu_k - \mu_k^{ort}$	$\Delta\mu_k^2$
1				
2				
3				
4				
5				
$\mu_k^{ort} =$				
$(\Delta\mu_k^{ort})^2 =$				
$\mu_k = \mu_k^{ort} \pm (\Delta\mu_k^{ort})^2 = \pm$				

Tablo 4: Eğik düzlem yüzeyi ile kumaş yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı

Ölçüm	θ_k	$\mu_k = \tan(\theta_k)$	$\Delta\mu_k = \mu_k - \mu_k^{ort}$	$\Delta\mu_k^2$
1				
2				
3				
4				
5				
$\mu_k^{ort} =$				
$(\Delta\mu_k^{ort})^2 =$				
$\mu_k = \mu_k^{ort} \pm (\Delta\mu_k^{ort})^2 = \pm$				

II. Eğik düzlem üzerinde bloğu makaraya bağlı olarak ivmeli hareket yaptırarak kinetik sürtünme katsayısının bulunması



$$\begin{aligned} T - f_k - mg \sin \theta &= ma \\ &= ma \\ N - mg \cos \theta &= 0 \\ f_k &= \mu_k N \\ T_1 - m_1 g &= m_1 a \\ &= 0 \\ T &= T_1 \\ &= 0 \\ \Delta x &= \frac{1}{2} a t^2 \end{aligned}$$

- 1) Şekildeki deney düzeneğini kurunuz.
- 2) Tahta bloğu hassas terazide tartarak kütlelerini (m) kg cinsinden Tablo 5'e yazınız.
- 3) Kefeye 40 veya 50 gram ağırlık koyduktan sonra tahta bloğun tahta yüzeyini eğik düzlem üzerine koyunuz. Kefe ve konulan kütlelerin toplamını (m_1) kg cinsinden Tablo 5'e yazınız.
- 4) Herhangi bir eğim açısında (θ) sistemi ivmeli hareket edecek şekilde durgun halden serbest bırakınız. θ açısı değerini Tablo 5'e işleyiniz.
- 5) Bloğun eğik düzlem üzerinde sizin belirleyeceğiniz mesafeyi (Δx) alması için geçen süreyi kronometre yardımı ile ölçünüz. Δx yerdeğiştirmesini metre cinsinden Tablo 5'e işleyiniz.
- 6) Ölçtüğünüz t süresini saniye cinsinden Tablo 5'e işleyiniz.
- 7) Bloğun ivmesini hesaplayıp Tablo 5'e yazınız.
- 8) Hareket denklemlerini kullanarak blok ve eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k 'yı hesaplayarak Tablo 5'e yazınız.
- 9) Bu işlemi 5 defa tekrarlayınız.
- 10) Daha sonra aynı bloğun kumaş tarafını eğik düzlem üzerine koyup yukarıdaki işlemleri tekrarlayınız. Bulduğunuz değerleri Tablo 6'e işleyiniz.

Tablo 5: Eğik düzlem yüzeyi ile tahta yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı

Ölçüm	t (s)	t^2 (s ²)	a (m/s ²)	μ_k	$\Delta\mu_k = \mu_k - \mu_k^{ort}$	$\Delta\mu_k^2$
1						
2						
3						
4						
5						
$m =$	$m_1 =$		$\mu_k^{ort} =$			
$\theta =$			$(\Delta\mu_k^{ort})^2 =$			
$\Delta x =$			$\mu_k = \mu_k^{ort} \pm (\Delta\mu_k^{ort})^2 = \pm$			

Tablo 6: Eğik düzlem yüzeyi ile kumaş yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı

Ölçüm	t (s)	t^2 (s ²)	a (m/s ²)	μ_k	$\Delta\mu_k = \mu_k - \mu_k^{ort}$	$\Delta\mu_k^2$
1						
2						
3						
4						
5						
$m =$	$m_1 =$		$\mu_k^{ort} =$			
$\theta =$			$(\Delta\mu_k^{ort})^2 =$			
$\Delta x =$			$\mu_k = \mu_k^{ort} \pm (\Delta\mu_k^{ort})^2 = \pm$			

SORULAR

- 1) Sürtünen yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı nelere bağlıdır?
- 2) Sürtünme kuvveti sürtünen yüzeyin büyüklüğüne bağlı mıdır?
- 3) Sürtünen yüzey çiftleri için Kinetik sürtünme katsayısı, neden statik sürtünme katsayısından küçüktür?
- 4) Yarış arabalarının ve uçakların lastikleri geniş ve yüzeyi dişsizdir. Sizce bunun nedeni ne olabilir?
- 5) Eğik düzlem üzerinde sürtünme katsayısı bulunurken, statik durumdan kinetik duruma geçişte gerçekleşen kırılmalarla dolaylı olarak yüzeylerin pürüzlülüğü azalmaktadır. Aynı yüzeylerle deney defalarca yapılmasına rağmen neden statik ve kinetik katsayılar aynı çıkmaktadır?

M2. NEWTON HAREKET KANUNLARI

AMAÇ:

Hava rayı düzeneği ile Newton hareket kanunlarının gerçekleştirilmesi ve yerçekimi ivmesinin bulunması

GENEL BİLGİLER

Newton Hareket Kanunları:

I) Birinci kanun veya Eylemsizlik kanunu:

Duran bir cisme bir etki yapılmadıkça harekete geçemeyeceğini, başka bir deyişle sıfır olan hızında bir değişme olamayacağını günlük gözlem ve denemelerimizden biliriz. Maddesel varlıklarda hız değişmelerine karşı koyan büyüklüğe **eylemsizlik** denir.

Cisimlerin bu özelliklerini dikkate alarak Newton'un birinci kanununu şöyle ifade edebiliriz: *Bir cisim üzerine etki eden net kuvvet sıfır (dengelenmiş bir kuvvet) ise, cismin hızında bir değişiklik olmaz, yani cisim durumunu korur. Eğer cisim hareket halinde ise hızını değiştirmeksizin düzgün doğrusal hareketine devam eder; yani doğrultu, yön ve mutlak değer bakımından hızında bir değişiklik olmaz; cisim sükûnette ise bu halini değiştirmez.*

II) İkinci kanun veya Temel kanun:

Bir cisme bir kuvvet etki ettiğinde cismin hızında bir değişiklik olacaktır, birim zamanda hızda meydana gelen değişme ivme olduğundan, cisim ivme kazanmış olacaktır. İkinci kanun kinematik bir büyüklük olan ivme ile dinamik bir büyüklük olan kuvvet arasındaki bağıntıyı oluşturmaktadır.

Masa üzerinde sürtünmesiz olarak hareket edebilecek bir arabaya ince bir ip bağlayarak F_1 kuvveti ile çektiğimizde kazandığı ivme a_1 , aynı cismi F_2 kuvveti ile çektiğimizde kazandığı ivme a_2 olsun. Uygulanan kuvvetle, kazanılan ivme arasındaki oran her zaman sabittir.

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \dots\dots\dots = \text{sabit} \quad (1)$$

İkinci kanunu şöyle ifade edebiliriz: *Sabit bir kuvvetin etkisinde olan bir maddesel nokta sabit bir ivme kazanır.* Başka bir deyişle: bir maddesel noktaya etkiyen kuvvetin, maddesel noktanın kazandığı ivmeye oranı sabittir, bu da maddesel noktanın kütlesine eşittir.

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2)$$

Bu bağıntıya **dinamiğin temel bağıntısı** denir.

Bu bağıntı bize kuvveti tanımlamaktadır. Kuvvet vektörel bir büyüklüktür, doğrultusu ivmenin doğrultusunda, yönü ivmenin yönündedir. Kuvvetin birimi MKS (SI) birim sisteminde NEWTON dur. Tanımı, 1kg'lık kütleyle 1 m/s²'lik ivme kazandıran kuvvettir. CGS sisteminde ise kuvvetin birimi Dyn'dir. 1 dyn, 1 gr kütleyle 1 cm/s² ivme kazandıran kuvvettir.

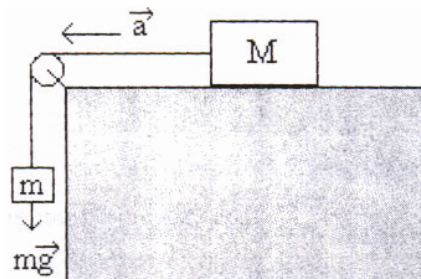
Newton'un ikinci kanunu, birinci kanunu da kapsamaktadır. Bir maddesel noktaya bir kuvvet etki etmiyorsa $F=0$ demektir. Cismin kütlesi olan m sıfır olamayacağına göre, temel denklemden $a=0$ olur. Bunun anlamı, cismin hızında değişiklik olmaz, yani cismin hızı sabit kalıyor demektir.

III) Üçüncü kanun veya Etki-tepki kanunu:

Kuvvet, cisimlerin karşılıklı etkilerinden doğar ve bu nedenle daima çift olarak ortaya çıkar. Bir cisim diğer bir cisme kuvvet uygularsa ikinci cisim de birinciye aynı büyüklükte fakat zıt yönde bir kuvvetle karşı koyar. $\vec{F}$ ve $-\vec{F}$ kuvvetleri iki cismin birbirlerine uyguladıkları kuvvetler ise $\vec{F} = -\vec{F}$ olur. F kuvvetine **etki kuvveti** dersek, F' kuvvetine F in **tepkisi** veya **tepki kuvveti** denir. Etki-tepki ilkesi genel olarak şöyle ifade edilir: Her etkiye eşit ve zıt yönde bir tepki vardır veya iki cismin birbirine karşılıklı etkileri eşit ve zıt yönlüdür.

Yerçekimi İvmesi:

Yerçekimi ivmesi değerinin ölçümünde Newton kanunlarını kullanarak Şekil-2'deki düzenden yararlanabiliriz.



Şekil-2

Şekil-2'deki sürtünmesiz sistem serbest bırakıldığında, sistem a ivmesini kazanır. (2) bağıntısı ile

$$a = \frac{F}{m + M} = \frac{mg}{m + M} \quad (3)$$

bulunur. Serbest bırakılan M kütesinin t süresi içinde aldığı yol ($s=l$ =aracın boyu)

$$s = \frac{1}{2} at^2 \quad (4)$$

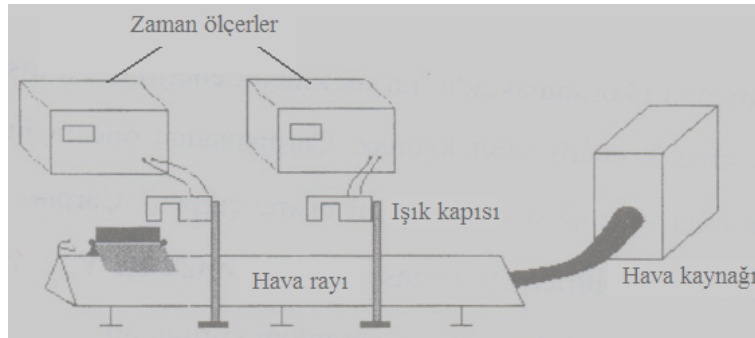
kullanılarak yerçekimi ivmesi için

$$g = \frac{(m + M)}{mt^2} 2s \quad (5)$$

yazılır.

DENEY

1. Işık kapıları Şekil-3'teki gibi yerleştirilir. Ray eğimsiz olacak şekilde vidalı ayaklar yardımıyla su terazisi kullanılarak ayarlanır.



Şekil-3

Newton Hareket Kanunları:

I) Newton' un 1. Kanununun Uygulanması:

1. Şekil-3'teki rayın bir ucuna lastik yansıtıcı yerleştirilir ve zaman ölçerler sıfırlanır. Işık kapısı ile yansıtıcı arasına yerleştirilen araca yansıtıcıdan dönebileceği şiddette küçük bir itme verilir. Dönen aracın her iki ışık kapısından geçiş süreleri (t_1 , t_2) zaman ölçerlerden okunarak Tablo1'e işlenir.

2. Aracın boyu (l) ölçülür ve

$$v = \frac{l}{t} \quad (6)$$

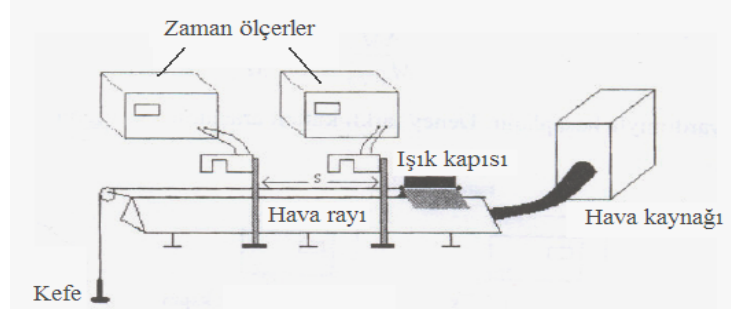
bağıntısı kullanılarak her iki kapıdan geçiş hızı (v_1, v_2) hesaplanır, sonuçlar Tablo-1'e işlenerek karşılaştırılır. Deney farklı kütleli araçlarla tekrarlanır.

Tablo-1

m (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	l (m)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)

Hava kaynağı çalışırken araç hareketsiz kalacak şekilde ray üzerine yerleştirilir ve hareketi gözlemlenir.

II) Newton' un 2. Kanununun Uygulanması:



Şekil-4

1. Rayın bir ucuna makara takılır. Kefe ip vasıtasıyla araca takılarak makara üzerinden sarkıtılır (Şekil-4).
2. Araç, şekildeki konuma yerleştirildikten sonra zaman ölçerler sıfırlanır ve araç serbest bırakılır.
3. Aracın her iki kapıdan geçiş süreleri (t_1 , t_2) zaman ölçerlerden okunarak Tablo-2'ye işlenir. Kefeye 10'ar g lık kütleler ilave edilerek ölçümler tekrarlanır.
4. Araç boyu l ölçülür.
5. (6) bağıntısı kullanılarak aracın her iki kapıdan geçiş hızları (v_1, v_2) hesaplanarak, kareleri alınıp Tablo-2'ye işlenir.
6. Işık kapıları arasındaki mesafe (s) ölçülür ve

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \quad (7)$$

bağıntısı kullanılarak aracın ivmesi (a) hesaplanır ve Tablo-2'ye işlenir.

Tablo-2

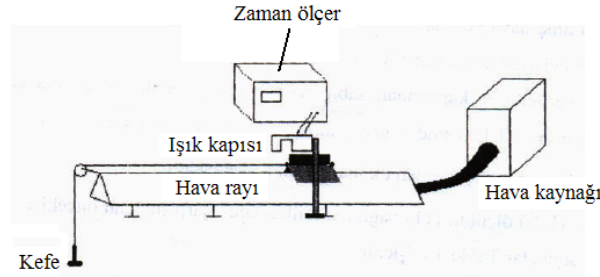
m_{kefe} (kg)	F (N)	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1^2 (m/s) ²	v_2^2 (m/s) ²	a (m/s ²)	M_{sistem} (kg)	$M_{araç}$ (kg)
0,02								
0,03								
0,04								
0,05								
0,06								
0,07								
$(M_{araç})_{ort}$								

7. (1) bağıntısı kullanılarak sistemin (araç+kefe) kütlesi M_{sistem} bulunur. $M_{sistem} = M_{araç} + m_{kefe}$ bağıntısı kullanılarak $M_{araç}$ hesaplanır.

8. Kullanılan aracın kütlesinin ortalama değeri $(M_{araç})_{ort}$ alınarak deneyde yapılan bağıl hata (8) denklemi yardımıyla hesaplanır.

$$\frac{\Delta M}{(M_{araç})_{gerçek}} = \frac{|(M_{araç})_{gerçek} - (M_{araç})_{ort}|}{(M_{araç})_{gerçek}} \quad (8)$$

Yerçekimi İvmesinin Bulunması:



Şekil-6

1. Şekil-6'daki tek ışık kapılı ve makaralı düzenek kurulur. Araç ışık kapısının tam sınırında duracak şekilde tutulur. Sayıcı sıfırlanır ve araç bu noktadan serbest bırakılır. Geçiş süresi (t) Tablo 3'e işlenir.
2. Kefeye 10 g'lık kütleler ilave edilerek ölçümler tekrarlanır.
3. Araç boyu (l) ölçülür. (5) bağıntısı kullanılarak yerçekimi ivmesi (g) hesaplanır ve bağıl hata bulunur.

Tablo-3

$l_{araç} (m)$	$M_{araç} (kg)$	$m_{kefe} (kg)$	$t_{geçiş} (s)$	$g (m/s^2)$
		0,02		
		0,03		
		0,04		
		0,05		
		0,06		

Sorular:

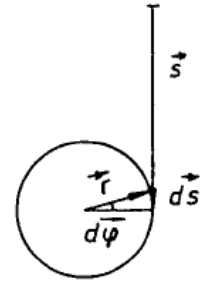
1. Eylemsiz referans sistemi nedir? Açıklayınız.
2. Kütle, ağırlık ve kuvvet kavramlarını açıklayınız.

M3. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU – MAXWELL TEKERLEĞİ

AMAÇ: Maxwell diski kullanılarak sistemin mekanik enerjisinin incelenmesi ve Maxwell diskinin eylemsizlik momentinin belirlenmesi.

GENEL BİLGİLER

Açısal Hız ve Açısal İvme: Bir eksen etrafında dönmekte olan katı bir cismin dönme ekseninden r kadar uzaktaki m kütleli bir parçası, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile hareket eder. Çizgisel hız r yarıçapına her noktada diktir. Cismin konumunu belirleyen φ açısına karşılık gelen çizgisel yol ise $s=r\varphi$ olduğundan, cismin çizgisel hızının şiddeti



Şekil-1

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

olarak verilir. (1) bağıntısındaki açının zamanla değişme hızına **açısal hız** denir. Birimi rad/s'dir ve

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{r} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Çizgisel hız vektörel bir büyüklük olduğuna göre, (2) bağıntısından açısal hızın da vektörel bir büyüklük olduğu anlaşılır. (2) bağıntısının türevi alınarak çizgisel ivme

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \quad (3)$$

olarak elde edilir. Açısal hızın zamanla değişme hızına **açısal ivme** denir ve

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

olarak verilir. Birimi rad/s²'dir. Buna göre, dönen cismin α açısal ivmesi ile a_t teğetsel ivmesi arasında

$$a_t = r\alpha \quad (5)$$

ilişkisi vardır. Ayrıca, teğetsel ivme vektörel bir fiziksel nicelik olduğundan, açısal ivme de vektörel bir büyüklüktür.

Eylemsizlik Momenti: Bir cismin dönme hareketine karşı gösterdiği direncin ölçüsüne **eylemsizlik momenti** denir. Bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen katı bir cisimi oluşturan tüm parçacıklar, belirli kinetik enerjilere sahiptir. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan m kütleli bir parçacık, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile dönerken

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \quad (6)$$

ile ifade edilen bir kinetik enerjiye sahip olacaktır (Şekil-1). Dolayısıyla, dönme ekseninden farklı uzaklıklarda bulunan çok sayıda parçacıktan oluşmuş katı bir cisim için (6) ifadesi

$$K = \frac{1}{2}(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots)\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\sum_i m_i r_i^2\right]\omega^2 \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı kesikli sistemler (parçacıklar sistemi) için geçerlidir. (7) bağıntısındaki

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (8)$$

ifadesine yani parçacıkların kütleleri ile dönme eksenine olan uzaklıklarının karelerinin çarpımlarının toplamına **eylemsizlik momenti** denir. Diğer taraftan, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (8) bağıntısındaki toplam, integrale dönüşür ve tüm cisim üzerinden integral alınarak eylemsizlik momenti

$$I = \int r^2 dm \quad (9)$$

şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla eylemsizlik momenti, cismin hem şekli ve kütle dağılımına hem de dönme eksenine bağlıdır. Eylemsizlik momentinin SI sistemindeki birimi kg.m^2 'dir. Buna göre, bir eksen etrafında dönmekte olan bir cismin, (9) ile verilen toplam kinetik enerjisi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (10)$$

olur. (10) denkleminde görüldüğü gibi eylemsizlik momenti büyüdükçe, cismin dönme hareketi yapabilmesi için daha fazla iş yapması gerekir.

Düzgün Bir Cismin Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi: Belirli bir geometrik şekle sahip olmayan bir cismin eylemsizlik momentinin (9) bağıntısı yardımıyla hesaplanması oldukça zor iken, basit şekilli katı cisimlerininki gayet kolaydır. Örneğin, R yarıçaplı M kütleli düzgün bir diskin merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momenti,

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (11)$$

ile verilir.

Mekanik Enerji: Mekanik enerjinin korunumu yasasına göre bir sisteme sadece korunumlu kuvvetler etkiliyor ise sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetler sisteme etkidiği zaman mekanik enerji korunmaz. Yalıtılmış bir sistemi analiz ettiğimizde enerjinin tüm biçimlerini hesaba kattığımız zaman sistemin toplam enerjisini bulabiliriz. Yalıtılmış bir sistemin toplam enerjisi daima sabittir. Yani yalıtılmış (kapalı) bir sistemde dışarı ile enerji alış verişi olmadığı için toplam enerjinin değeri değişmez. Enerji ancak bir biçimden diğerine dönüştürülebilir. Bu fenomen, eğer korunumlu bir sistemin kinetik enerjisi bir miktar artar veya azalır ise potansiyel enerjinin de aynı miktarda azalacağı veya artacağı anlamına gelmektedir.

$$\Delta E_K + \Delta E_P = 0 \quad (12)$$

Bir sistemin toplam mekanik enerjisi o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamıdır ve hareket boyunca sabittir.

$$E_K + E_P = E_M \quad (13)$$

Tekerlek gibi büyük bir cisim, kendi eksenini etrafında döndüğünde, herhangi bir anda cismin farklı kısımları farklı hız ve ivmelere sahip olacağından, bu cismin hareketini bir parçacık gibi düşünerek analiz edemeyiz. Bu cismi her biri kendi hız ve ivmesi ile hareket eden pek çok parçacıktan oluşmuş bir sistem olarak kabul etmek uygundur.

Dönen katı bir cismin toplam kinetik enerjisi onun kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisinin ve dönme kinetik enerjisinin toplamına eşittir.

$$E_O + E_D = E_K \quad (14)$$

$$E_O = \frac{1}{2}mv^2$$

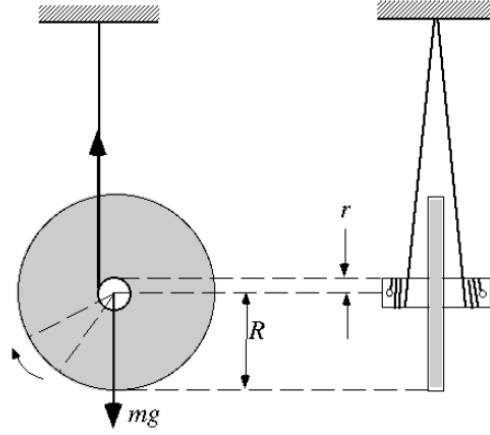
Öteleme Kinetik Enerjisi

$$E_D = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Dönme Kinetik Enerjisi

Kendi eksenini üzerindeki iki ip üzerinde gravitasyonel alanda dönebilen Maxwell diskinin ait olduğu sistemi düşünelim (Şekil-2). m diskin kütlesi, I dönme eksenini etrafındaki eylemsizlik momenti, ω açısal hızı ve v öteleme hızı olmak üzere; diskin toplam mekanik enerjisi; E_P potansiyel enerjisi, E_O öteleme enerjisi ve E_D dönme enerjisinin toplamı olarak yazılır.

$$E_M = E_P + E_O + E_D = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (15)$$



Şekil-2

Bu durumda sistemin toplam enerjisi;

$$E_M = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mgh + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)v^2 \quad (16)$$

Sistemin toplam enerjisi zamanla değişmediğinden, türevi;

$$\frac{dE_M}{dt} = mg \frac{dh(t)}{dt} + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right) \frac{d}{dt}[v(t)^2] = mgv(t) + \left(m + \frac{I}{r^2}\right)v(t) \frac{dv(t)}{dt} = 0 \quad (17)$$

Sistemin hızı aşağıdaki eşitlik ile elde edilebilir.

$$v(t) = \frac{1}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)} mgt = \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}\right)t \quad (18)$$

Düşey yer değiştirme; (1) bağıntısı kullanılarak

$$h(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}\right)t^2 \quad (19)$$

olarak elde edilir.

Böylece Maxwell tekerleğinin eylemsizlik momenti;

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h(t)} - 1\right) \quad (20)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.



DENEY

2. Çözüklü durumda olan Maxwell diskinin eksenini, destek kolu üzerindeki vida yardımı ile ayarlayınız.
3. Diski eksenini yardımı ile dikkatli bir şekilde yukarı doğru sarınız ve serbest bırakma anahtarını açık durumda iken anahtarı, diskin çevresinde bulunan deliğe yerleştiriniz.
4. Destek kollarının yanında bulunan cetvel yardımı ile diskin h , düşey yer değiştirme uzaklığını ölçünüz.
5. Serbest bırakma kolunu kullanarak Maxwell diskini mekanik olarak serbest bırakınız. Bu durumda disk serbest kaldığında sayaç çalışmaya başlayarak tekerleğin serbest bırakıldığı andan ışık kapısına girene kadar geçen zamanı ölçecektir. Ölçtüğünüz h uzaklığı ve sayaçtan okuyacağınız t süresini Tablo-1'e işleyiniz.

5. Tablo-1 yardımı ile $h=f(t)$ grafiğini çizin. Bu grafiğin eğiminden Maxwell tekerleğinin ortalama hızını belirleyiniz ve Tablo-1'e işleyiniz.

6. Her bir ölçüm için $I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h(t)} - 1 \right)$ denklemi ile kütlesi $m = 0,436 \text{ kg}$ ve ekseninin yarıçapı $r = 2,5 \text{ mm}$ olan Maxwell tekerleğinin eylemsizlik momentini hesaplayınız ve Tablo-2'ye işleyiniz.

7. $v(t) = \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} \right) t$ ve $\omega = \frac{v}{r}$ denklemlerini kullanarak Maxwell

tekerleğinin doğrusal ve açısal hızını hesaplayınız ve Tablo-2'ye işleyiniz

$h(m)$	$t(s)$
$v_{\text{grafik}}(m/s)$	

Tablo

8. Tablo-2 yardımı ile $v=f(t)$ grafiğini çiziniz. Bu grafiğin eğiminden Maxwell tekerleğinin ortalama eylemsizlik momentini belirleyiniz ve Tablo-2'ye işleyiniz.

Tablo-2

$h(m)$	$t(s)$	$I(kgm^2)$	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$
$I_{ortalama}(kgm^2)=$		$I_{grafik}(kgm^2)=$		

9. $E_p = mgh$ Maxwell tekerleğinin potansiyel enerjisini, öteleme kinetik enerjisini, dönme kinetik enerjisini ve mekanik enerjisindeki değişimi hesaplayınız ve Tablo-3'e işleyiniz.

Tablo-3

$h(m)$	$E_p(J)$	$E_{\dot{o}}(J)$	$E_D(J)$	$\Delta E_M(J)$

10. $E_p = f(t)$, $E_{\dot{o}} = f(t)$ ve $E_D = f(t)$ grafiklerini çiziniz ve bu grafikleri karşılaştırınız.

SORULAR:

1. Mekanik enerji nedir? Bir sistemin mekanik enerjisi hangi şartlar altında korunur?
2. Öteleme, dönme ve yuvarlanma hareketi yapan bir silindir için farklı noktalarındaki hız vektörlerini çizerek hareketini açıklayınız!
3. Eylemsizlik momenti 950 g.cm^2 , kütlesi 120 g, dönme ekseninin yarıçapı 3,2 mm ve üzerinde bulunduğu ipin uzunluğu 120 cm olan bir yo-yo oyuncağını düşünelim.
 - a) Yo-yo'nun çizgisel ivmesi nedir?
 - b) Yo-yo ne kadar süre sonra ipin sonuna ulaşır?
Yo-yo ipin sonuna ulaştığında,
 - c) Çizgisel hızı,
 - d) Öteleme kinetik enerjisi,
 - e) Dönme kinetik enerjisi ve
 - f) Açısal hızı nedir?

M4. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

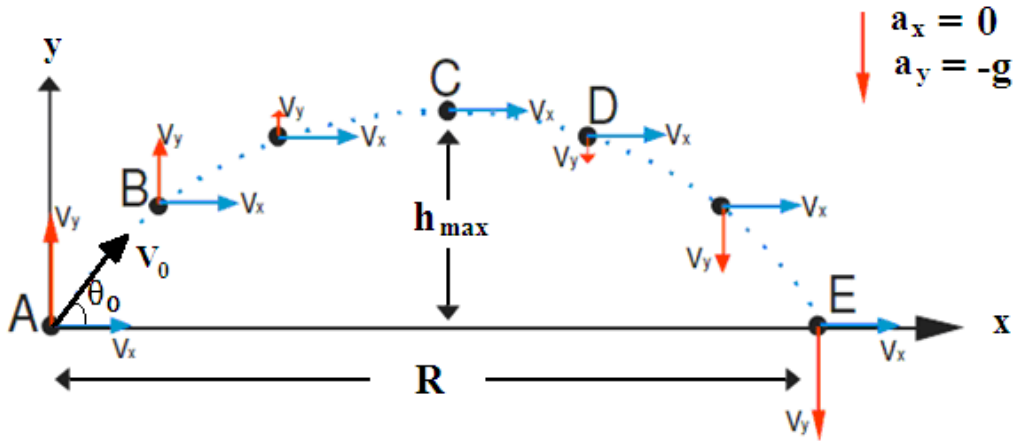
AMAÇ:

1. Eğik atış hareketinin incelenmesi.
2. Atılan cismin menzil uzaklığının ölçülmesi ve hesaplanan menzil uzaklığı ile karşılaştırılması.
3. Yerçekimi ivmesinin hesaplanması.

GENEL BİLGİLER

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

Eğik atış hareketi; Yatayla belli bir açı yapacak şekilde bir ilk hızla atılan bir cismin düşeyde aşağıdan yukarıya doğru düşey atış, yatayda ise sabit hızlı hareketinin 2 boyutlu bir düzlem üzerinde bileşik parabolik hareketidir. Bu hareketlerde hava direncinin etkisini ihmal ettiğimizde hareket boyunca parçacığa etki eden tek kuvvet yerçekimi kuvveti olup (g =yerçekimi ivmesi) , sabit ve aşağıya doğrudur. Bu durumda; ivmenin yatay bileşeni, a_x sıfır ve ivmenin dikey bileşeni, a_y ise $-g$ dir.



Şekil-1 Eğik atış yapan noktasal bir cismin izlediği yol.

Parçacığın $t=0$ anında bulunduğu konumu $x_0=0$, $y_0=0$, ve hızı v_0 olarak alırsak,

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0 \quad (2)$$

denklemlerini elde ederiz.

Herhangi bir t anında, ($t \neq 0$) hız bileşenleri;

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 = \text{sabit (yatay hız bileşeni)} \quad (3)$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (\text{dikey hız bileşeni}) \quad (4)$$

denklemleri ile ifade edilir. Herhangi bir t anında cismin konumunun x ve y bileşenleri ise;

$$x = v_0 \cos \theta_0 t \quad (5)$$

$$y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (6)$$

denklemleri ile ifade edilir. (5) numaralı denklemden t 'yi çekip 6 numaralı denklemde yerine

yazarsak, $y = \tan \theta_0 x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}$ denklemini elde ederiz. Bu denklem ise bir parabol

denklemdir ve cismin parabolik bir hareket yaptığını gösterir.

Eğik atışta incelenmesi gereken bir konu da, parçacığın maksimum yüksekliği (h_{max}) ve menzili (R) dir.

Cisim h_{max} yüksekliğine ulaştığında, düşeydeki hızı (V_y) sıfır olur ve koordinatları ($R/2, h_{max}$) olur. Cismin bu yüksekliğe ulaşılması için geçen süre (t_h)

$$t_h = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} \quad (7)$$

denklemi ile hesaplanır. Bundan sonra maksimum yükseklik (6) nolu denlemde “ t ” yerine “ t_h ”, “ y ” yerinde “ h_{max} ” konularak

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \quad (8)$$

olarak elde edilir.

R (menzil) ise cismin atıldığı nokta ile yere çarptığı nokta arasında “ x ” ekseninde aldığı toplam yoldur. Bu esnada koordinatları ($R, 0$) olur. Yere çarpma anına kadar geçen süre $2t_h$ olduğundan, (5) nolu denklem kullanılarak menzil

$$R = 2(v_0 \cos \theta_0)t_h \quad (9)$$

ile ifade edilir.

(7) denklemi (9) denkleminde yerine yazılıp ve gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \quad (10)$$

halini alır.

DENEY

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

1. Sistem deneye hazır hale getirilir. Top atış mekanik sistemi 3 kademedan oluşmaktadır.
2. Sırası ile her 3 kademe için R menzil uzaklığı ölçülür. İlk olarak çelik bilye 1. Kademeye yerleştirilir ve farklı açılar için atış yapılır. Bilyenin masa üzerindeki karbon kâğıt üzerinde düştüğü noktada bıraktığı iz ile atış noktası arasındaki mesafe cetvel yardımıyla ölçülerek menzil uzaklığı belirlenir. İlk hız cihaz üzerinden okunur ve Tablo 1'e işlenir. Bu işlem en az 4 farklı açıda tekrarlanır.

Tablo 1

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

3. 2. kademe ölçümler tekrarlanır ve Tablo 2'e işlenir.

Tablo 2

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

4. 3. kademe ölçümler tekrarlanır ve Tablo 3'e işlenir.

Tablo 3

<i>Atış açısı</i>				
<i>v_0 (m/s)</i>				
<i>R (m)(ölçülen)</i>				
<i>R (m)(hesaplanan)</i>				

5. (10) numaralı denklem yardımıyla R menzil mesafeleri hesaplanır ve ilgili tablolara işlenir.
6. Tablo 4'deki verilerden faydalananarak $R=f(\sin 2\theta)$ grafikleri çizilir ve (10) numaralı denklem yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.

Tablo 4

<i>Kademe</i>	<i>R (m)</i>	<i>2θ</i>	<i>Sin2θ</i>
1			
2			
3			

7. 2. ve 3. kademelerde atışlar yapılarak, maksimum h yüksekliği ölçülür. Ölçüm için ilk önce atılan açı ve kademe için topun maksimum yüksekliğe geldiği konum belirlenir ve o konuma cetvel dikey bir şekilde yerleştirilir.
8. Atılan çelik bilyenin çıkabileceği maksimum yükseklik cetvel yardımıyla okunup Tablo 5'e işlenir.
9. Farklı açılar için deney tekrarlanır. Ölçüm sonuçları Tablo 5'e işlenir.
10. (8) numaralı denklem yardımıyla h yüksekliği hesaplanır ve Tablo 5'e işlenir.

Tablo 5

<i>Atış açısı</i>								
<i>Kademe</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>v_0 (m/s)</i>								
<i>h (m)(ölçülen)</i>								
<i>h (m)(hesaplanan)</i>								

11. Tablo 5'deki verilerden yararlanılarak Tablo 6 doldurulur ve $h=f(\sin^2\theta)$ grafikleri çizilir. (8) numaralı denklem yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.

Tablo 6

<i>Kademe</i>	<i>h (m)</i>	<i>θ</i>	<i>$\sin^2\theta$</i>
2			
3			

SORULAR

1. Farklı yerçekimi ivmesine sahip ortamlarda aynı açı ve hız ile eğik atılan özdeş cisimlerin uçuş sürelerini, maksimum yüksekliklerini ve menzillerini kıyaslayınız.
2. Eğik atış deneyinde maksimum menzile ulaşmak için cisim hangi açı ile fırlatılmalıdır? Neden?

M5. DAİRESEL HAREKET VE AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

AMAÇ: Çembersel yörünge üzerinde dönen bir cisme etkiyen merkezci kuvvetin incelenmesi ve çembersel yörünge üzerinde dönen bir noktasal kütlelin dönme eksenine olan uzaklığı değiştirilerek açısal momentumun korunumu kanununun incelenmesi.

GENEL BİLGİLER

1. Merkezci Kuvvet: r uzunluklu bir ipe bağlı m kütleli bir cisim, yatay çembersel bir yörüngede döndürüldüğünde cisim üzerine etkiyen kuvvet,

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2 \quad (1)$$

olur. Burada v teğetsel, ω açısal hızdır ($v=r\omega$). Hızı bulmak için, periyot (bir dönme için geçen zaman), T , ölçülmelidir.

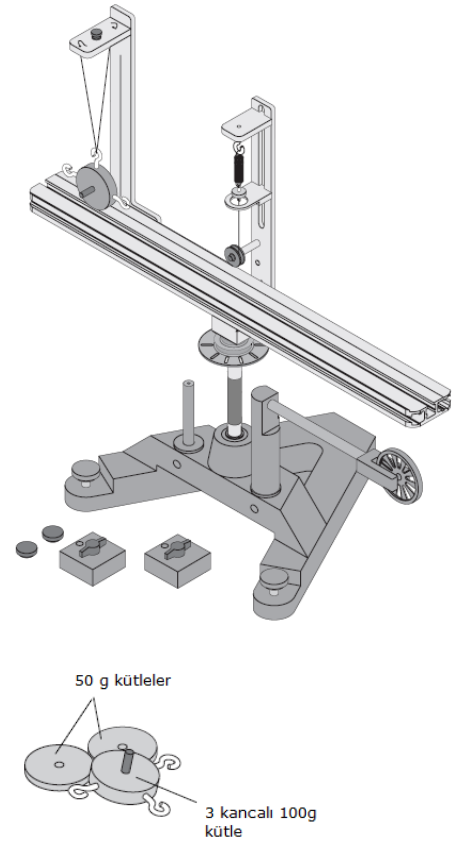
Buradan,

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (2)$$

olur. Merkezci kuvvet,

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \quad (3)$$

bulunur.



Şekil-1. Deney Düzenegi

2. Açısal Momentumun Korunumu:

Cismin döndüğü yörünge yarıçapı küçültüldüğü zaman açısal momentum korunur.

$$L = I_i \omega_i = I_s \omega_s \quad (4)$$

Buradaki I_i ve ω_i , başlangıçtaki eylemsizlik momenti ve açısal hızdır. Son açısal hız,

$$\omega_s = \frac{I_i}{I_s} \omega_i \quad (5)$$

şeklindeir. Eylemsizlik momentini deneysel olarak bulmak için, bilinen bir tork cisme uygulanır ve açısal ivme hesaplanır. $\tau = I.\alpha$ olduğundan,

$$I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (6)$$

α , açısal ivmesi, a/r 'ye eşittir. τ , torku düzeneğin altındaki kasnağa bağlı bir ip ile, bu ipe asılı kütlenin ağırlığı ile oluşur.

$$\tau = r.T \quad (7)$$

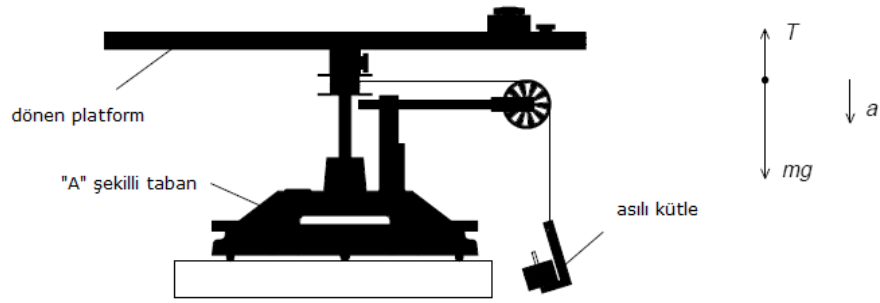
burada r , (ipin etrafına dolandığı) kasnağın yarıçapıdır. T , düzeneğe dönerken ipteki gerilmedir. Newton'un 2. kanununu asılı kütleye uygularsak,

$$\Sigma F = mg - T = m.a \quad (8)$$

İpteki gerilme,

$$T = m(g - a) \quad (9)$$

olur. m kütleli cismin çizgisel ivmesi hesaplandığında, eylemsizlik momenti için gerekli tork ve açısal ivme bulunmuş olur.



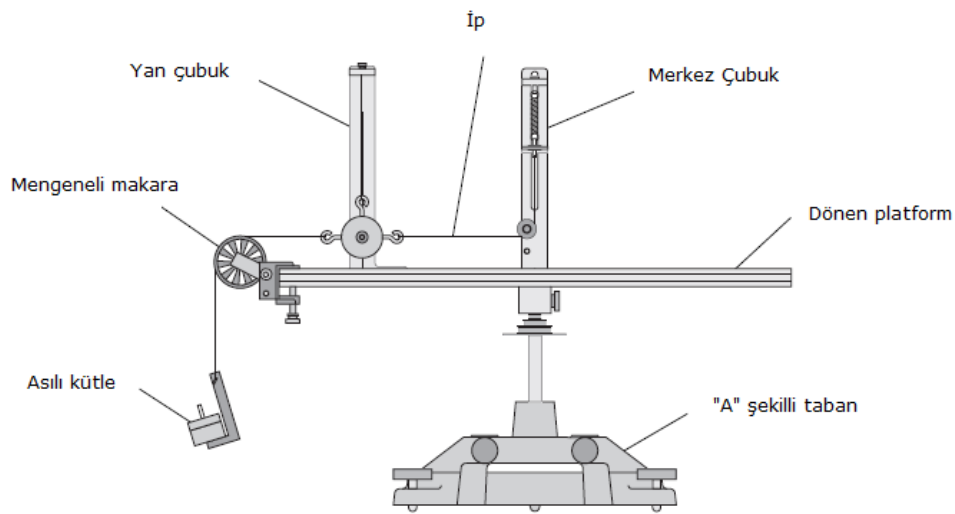
Şekil-2. Dönme düzeneği ve serbest cisim diyagramı

DENEY

Deneye başlamadan önce, “A” tipi tabanın denge ayarı, üzerindeki vidalar ve su terazisi yardımıyla **mutlaka** yapılmalıdır. Aksi halde deney boyunca alınan veriler hatalı olur.

A. Merkezci Kuvvetin Hesaplanması

1. Yan çubuğun üzerine Şekil 3’teki gibi üç kancalı cismi asın.
2. Mengeneli makarayı yan çubuğa yakın bir şekilde yolun sonuna bağlayın ve bu makara üzerinden sarkacak şekilde takmak için başka bir cisim alın. Bu sarkan cismin kütlesini ($m \sim 50,3$ g) ve üç kancalı cismin kütlesini ($M \sim 106,7$ g) kontrol ederek Tablo 1’e yazın.



Şekil-3

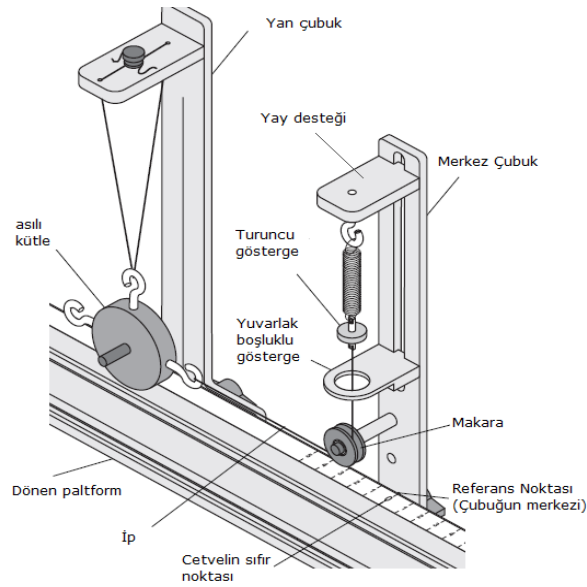
3. Daha sonra bu kütleyi mengeneli makara üzerinden sarkan kancaya takın ve ipin diğer ucunu yan çubuk üzerinde asılı halde duran üç kancalı kütlenin kancasına takın. Bu, sabit bir merkezci kuvvete karşılık gelecektir.

Tablo-1

M: Üç kancalı cismin kütlesi (kg)				
m: Makaradan sarkan kütle (kg)				
Yarıçap (m)	Açısal hız (rad/s)	T: Periyot (s)	$T^2 (s^2)$	Merkezcil Kuvvet (N)

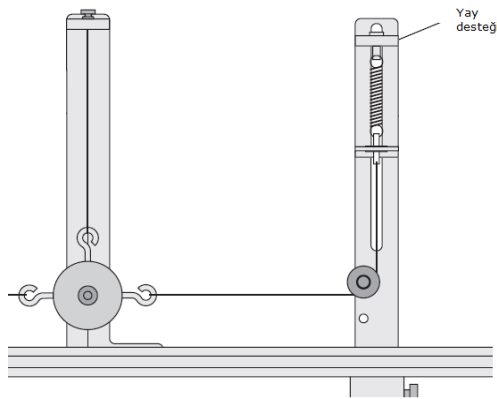
4. Merkez çubuk üzerindeki turuncu göstergenin ucundaki ipi de yine üç kancalı kütlenin diğer kancasının üzerine takın (bu şekle göre sağdaki kanca). İp, “merkez çubuk” üzerindeki makaranın altından geçerek turuncu göstergeye gitmelidir.

5. Yan çubuk sağa sola sürüklenerek merkezindeki çizgi ile cetvel üzerinde bir yarıçap seçilir. Yan çubuğun üzerindeki vida sıkılarak konumu sabitlenir ve dik olduğundan emin olunur. Bu yarıçap değeri Tablo 1’e işlenir.



Şekil-4

6. Merkez çubuk üzerindeki yay desteğini vidası yardımıyla yukarı ve aşağı yönde hareket ettirerek yan çubuk üzerindeki cisim dikey olarak tutulmalıdır. Sağdaki yan çubuk üzerindeki yay desteği yukarı ve aşağı yönde hareket ettirilerek soldaki yan çubuk üzerindeki cisim Şekil 5’teki gibi tutulmalıdır.



Şekil-5

7. Merkez çubuktaki yuvarlak boşluklu göstereyi üzerindeki vida yardımıyla yukarı aşağı hareket ettirerek turuncu gösterge ile aynı hizaya getiriniz.
8. Makaradan sarkan kütle (m~50 g'lık kütle) kaldırın.
9. Bilgisayarda “Data Studio” programını çalıştırın. “Deney yarat” üzerine tıklayın. “Science workshop 750 interface” cihazı üzerindeki kanallardan hangisi kullanılıyorsa programda ilgili kanaları 1, 2, 3 ve 4 nolu kanallardan seçerek işaretleyin.
- 10 “Algılayıcı seç” ekranından “dairesel hareket sensörü” nı seçin.
11. “Deney Kurulumu” penceresindeki “ölçümler” sekmesinde ölçülmek istenilen veri tipi ve kanal numarasını seçin. Örneğin, “Hız, Knl 1&2” gibi.
12. Deneyde periyodu bulabilmek için açısal hızı okumamız gerekmektedir. Açısal hızı okuyabilmek için, “Deney Kurulumu” ekranında “Ölçümler” sekmesinde sadece “Açısal hız, Knl 1&2” kutucuğunu işaretleyin. Birimi “rad/s” olarak değiştirin. Soldaki “Ekranlar” kısmında “Grafik” üzerine tıklayın. Veri almak için bilgisayarınız hazır haldedir.
13. Düzeneği ani itmeler vermeden dönme ekseninden iki elinizle tutarak döndürmeye çalışın. Hız arttıkça turuncu gösterge hareket edecektir. Bu arada açısal hızı okuyabilmek için açısal hız-zaman grafik ekranında aynı zamanda “BAŞLAT” tuşuna basarak açısal hızı ölçmeye başlayın. Merkez çubuk üzerinde turuncu gösterge yuvarlak boşluklu göstereyi ortalayana kadar platformu çevirmeye devam edin. Tam ortalandığı zaman, yan çubuk üzerinde asılı cismi destekleyen ip ilk durumundaki gibi dik olacaktır ve bundan dolayı asılı cisim istenilen yarıçapta tutulacaktır. Bunu gözlediğiniz zaman programda başlat sekmesine bir daha basarak programı durdurun.
14. Bu dengelenme olayının gözlemlendiği durumdaki açısal hız değerini grafik üzerinden açısal olarak, hareketin periyodu hesaplayın ($\omega=2\pi/T$) ve Tablo 1’e işleyin.
15. “Yan çubuğu” yeni bir yarıçapa hareket ettirin ve yukarıdaki süreci tekrarlayın. Bunu en az 4 farklı yarıçap için tekrarlayın.

Hesaplama:

1. Makaranın üzerinden asılan ağırlık, yay tarafından uygulanan merkezci kuvvete eşit olur. Makaradan sarkan kütle değerini (m), g ile çarparak bu kuvveti bulun ve Tablo 2’e yazın.
2. Tablo 1’deki periyot değerlerinin karesini alın (T^2) ve üçüncü sütuna yazın.
3. Yarıçapın, periyodun karesine göre değişim grafiğini çizin. Çizdiğiniz $r=f(T^2)$ grafiği doğrusal çıkacaktır.
4. Veriler boyunca en uygun doğruyu çizin ve çizginin eğimi ölçün. Eğim, Tablo 1’e yazın.

5. $r = \left(\frac{F}{4\pi^2 M}\right)T^2$ denklemini ve $r=f(T^2)$ grafiğinin eğimini kullanarak F merkezci kuvvetini

hesaplayın. $y=f(x)$, $y=mx+n$, $n=0$ olduğundan eğim; $m=F/4\pi^2 M$ ve $F=4\pi^2 Mm$ 'e eşit olacaktır. Buradan hesapladığınız merkezci kuvvet değerini Tablo 2'ye yazın.

6. Merkezci kuvvet için bağıl hatayı “ $B.H = \left(\frac{mg - F_{\text{grafik}}}{mg}\right)$ ” bulun ve Tablo 2'ye işleyin.

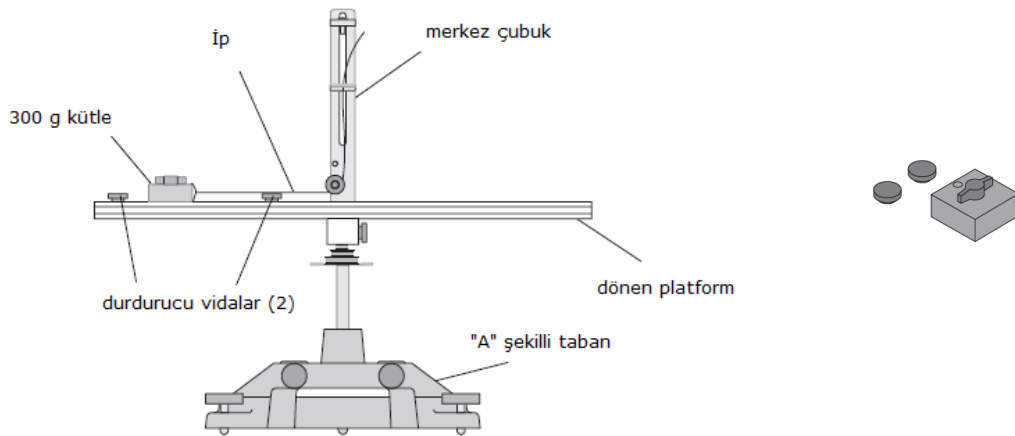
Tablo-2

Merkezcil kuvvet, $F = mg$ (N)	
Eğimden bulunan merkezcil kuvvet, F_{grafik} (N)	
Yüzde bağıl hata (%)	

B. Açısal Momentumun Korunumu

B1. Deney setinin hazırlanması: Açısal hız ölçümü

1. Şekil 6'daki düzeneği kurun.



Şekil-6

2. Durdurucu vidayı, metal yolun üzerine, ~5 cm yazılı yere vidalayın. Bu vida, kare kütle kaydığı anda, durdurucu görevi görür.

3. Kare kütle üzerindeki delik merkez çubuğa bakacak şekilde yola takın.

4. İkinci durdurucu vidayı, kare kütle ardından yola takıp cetvel üzerinde ~20 cm mesafesine vidalayın. Kare kütle bu iki durdurucu vida arasında serbestçe hareket edebilmelidir.

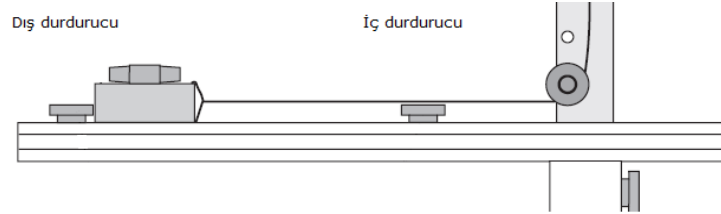
5. Yay ve takılı olduğu yay desteğini, turuncu gösterge ile beraber düzenden çıkarın.

6. Kare kütle üzerindeki deliğe bir ip takın, bu ipi merkez çubuk üzerindeki makaranın etrafından ve yuvarlak delikli gösterge çubuğunun içinden geçirin.

7. Bilgisayar programında açısal hızın ölçülmesi için gerekli ayarlamaları yukarıdaki kısımda anlatıldığı gibi hazırlayın. Programda “BAŞLAT” düğmesine basarak ölçümü başlatın.

8. Merkez çubuk üzerindeki ipı tutun.

9. Kare kütleyi dış durdurucunun yanında tutun. Buradan ilk konum için açısal hız ω_i bulunur. Bunun için metal yola hafif bir dönme verin. Yaklaşık 25 veri noktası alındıktan sonra ipı yukarı doğru çekin böylece kare kütle dış durdurucudan iç durdurucuya doğru kayar.



Şekil-7.

10. İpi yukarıda tutmaya devam edin ve 25 veri noktası daha alın. Daha sonra zamanı durdurun.

11. İpi çekmeden hemen önceki açısal hız değeri ile hemen sonraki açısal hız değerini grafikten alıp Tablo 3'e yazın. Bu ölçümü en az üç kez tekrarlayın ve değerleri Tablo 3'e yazın.

Tablo-3

	dış durdurucu (cm) =	iç durdurucu (cm) =
	Açısal Hızlar (rad/s)	
Deneme	ω_{ilk} (dış durdurucuda)	ω_{son} (iç durdurucuda)
1		
2		
3		

Eylemsizlik Momentinin Ölçümü

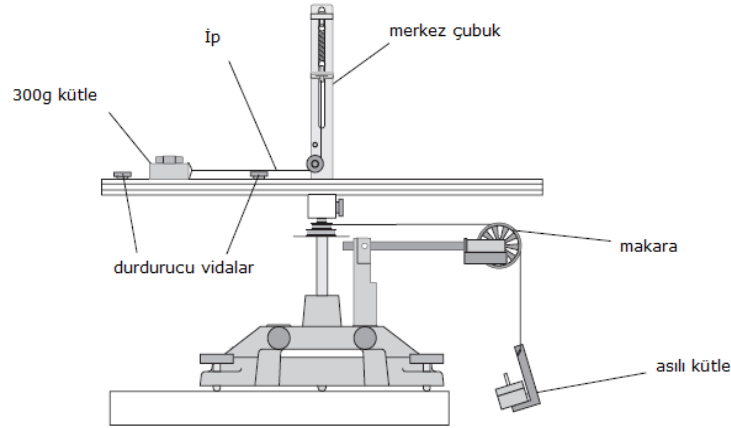
1. Eylemsizlik momenti ölçülürken deney düzeneği Şekil 8'deki gibi olacaktır.
2. Bir önceki sete ilave olarak makara ve üzerinden sarkan kütle (kefe + kütleler) eklenecektir.
3. Makaradan geçirilecek olan ip dönme eksenindeki kasnağa düzgün şekilde sarılacaktır.
4. İpin dolandığı kasnağın yarıçapı Tablo 4'e yazılacaktır.

Sürtünme Kütlesinin Bulunması

1. Yukarıda, eylemsizlik momentinin bulunması ile ilgili denklemde sürtünme ihmal edildiği için, makaranın ucuna düzeneği harekete geçirebilecek kadar bir kütle koyarız. Böylece kinetik sürtünmeyi yenebilmek için ne kadar kütle gerektiğini anlayabiliriz. Bu kütleyi sürtünme kütlesi

olarak tanımlayabiliriz. Bu anda kütle aşağı doğru inerken sabit bir hıza sahip olması gerekir. Daha sonra “Sürtünme kütlesi”ni sistemi ivmelendiren kütleden çıkaracağız.

2. Bilgisayarda programı çalıştırarak tekrar açısal hız ölçümü yapılacak duruma getirin.



Şekil-8.

3. Kinetik sürtünmeyi yenebilecek kütle miktarını $\omega=f(t)$ grafik ekranından bulacağız.

4. İpin ucundaki kütle miktarını öyle ayarlayın ki zaman içinde hız sabit kalsın. Hızın sabit kalıp kalmadığını hız-zaman grafiğinden takip edin. Böylece $a=0$ ve $T=mg$ olduğu kabul edilir.

5. Bu sürtünme kütlesini Tablo 4’e yazın.

Tablo-4

	Dış durdurucudaki kütle (kg)	İç durdurucudaki kütle (kg)
Sürtünme kütlesi (kg)		
Asılı kütle (kg)		
Eğim (rad/s ²)		
Kasnağın yarıçapı (m)		
Gerilme kuvveti (N)		
Tork (Nm)		
Eylemsizlik momenti (kg m ²)		

Sistemin İvmesinin Bulunması

1. Kancanın ucuna sürtünme kütlesine ek olarak 50 g daha kütle koyun. Önce kare kütlenin dış durdurucuda olduğu durum için açısal hızın zamanla değişim grafiğini elde edin.

2. Bunun için, “Deney Kurulumu” ekranında “Ölçümler” sekmesinde sadece “Açısal Hız, Knl 1&2” kutucuğu işaretli olsun. Soldaki “Ekranlar” kısmında “Grafik” üzerine tıklayın. Veri almak

için bilgisayarınız hazır haldedir. Hız-zaman grafik ekranı karşınıza geldiğinde, “BAŞLAT” tuşu ile süreölçeri çalıştırın.

3. Açısal hızın eğimini bulmak için bilgisayar programından yararlanın. Doğrusal uydurum (linear fit) yaparak eğimi elde edebilirsiniz. Bu değer doğrudan açısal ivmeye eşittir.

4. Son olarak kare kütleyi iç durdurucuda (~5 cm) sabitleyip, aynı ölçümleri tekrarlayın ve ölçüm sonuçlarınızı Tablo 4’e yazın.

Eylemsizlik Momenti Hesabı

1. Asılı kütleden sürtünme kütesini çıkarın. Böylece sistemi ivmelendiren kütleyi bulun.

2. Deneyde sistemi harekete geçiren tork, “ $\tau = r \times F$ ” makaradan sarkan ipin sarılığı olduğu kasnağın yarıçapı ile makaradan sarkan kütlenin ipten oluşturduğu gerilme kuvvetinin ($a=0$ olduğundan $T=mg$) çarpımına eşittir. İpteki gerilme kuvvetini ve tork değerini hesaplayarak Tablo 4’e yazın.

3. Grafiğin eğiminden bulduğunuz açısal ivme değerlerini kullanarak, $I = \frac{\tau}{\alpha}$ denklemi ile kare

kütlenin iç ve dış durdurucuda bulunduğu her iki durumu için sistemin eylemsizlik momentinin deneysel hesabını yapın ve Tablo 4’e yazın.

4. Tablo 3’teki açısal hız ve Tablo 4’teki eylemsizlik moment değeri kullarak açısal momentum korunumunu tartışın. “ $L = I_i \omega_i = I_s \omega_s$ ” denkleminde i alt indisi kare kütlenin iç durdurucuda, s alt indisi kare kütlenin dış durdurucuda olduğu durumlara karşılık gelmektedir.

SORULAR

1. Yarıçap azaltıldığında dönmenin periyodu arttı mı yoksa azaldı mı?

2. Dönen cismin yarıçapı ve kütlesi sabit tutulduğunda periyodun arttırılması merkezci kuvveti arttırdı mı yoksa azalttı mı?

3. Cismin kütlesi arttırıldığında merkezci kuvvet arttı mı yoksa azaldı mı?

4. İp çekilmeden önce dönme kinetik enerjisini bulun $K_i = \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$, ip çekildikten sonra dönme

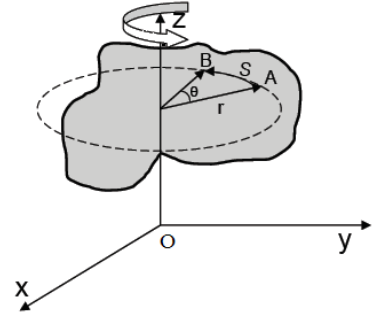
kinetik enerjisini bulun $K_s = \frac{1}{2} I_s \omega_s^2$. Hangisi daha büyüktür? Neden?

M6. EYLEMSİZLİK MOMENTİ

AMAÇ: Katı cisimlerin eylemsizlik momentinin bulunması.

GENEL BİLGİLER

Açısal Hız ve Açısal İvme: Bir eksen etrafında dönmekte olan katı bir cismin, dönme ekseninden r kadar uzaklığındaki m kütleli bir parçası, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı (yörünge hızı) ile hareket eder. Çizgisel hız r yarıçapına her noktada diktir. Cismin konumunu belirleyen θ açısına karşılık gelen yay uzunluğu (çizgisel yol) ise $s = r\theta$ olduğundan, cismin çizgisel hızının şiddeti



Şekil 1

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

(1) olarak verilir. (1) bağıntısındaki açının zamanla değişme hızına **açısal hız** denir. Birimi **rad/s**'dir ve

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Buna göre (1) bağıntısı

$$v = r\omega \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Diğer taraftan çizgisel hız, vektörel bir büyüklük olduğuna göre, (3) bağıntısından açısal hızın da vektörel bir büyüklük olduğu anlaşılır. (3) bağıntısının türevi alınarak çizgisel (teğetsel) ivme

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

olarak elde edilir. Açısal hızın zamanla değişme hızına **açısal ivme** denir ve

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

olarak verilir. Birimi **rad/s²**'dir. Buna göre, dönen cismin açısal ivmesi ile a_t teğetsel ivmesi arasında

$$a_t = r\alpha \quad (6)$$

ilişkisi vardır. Ayrıca, teğetsel ivme, vektörel bir fiziksel nicelik olduğundan, açısal ivme de vektörel bir büyüklüktür.

Eylemsizlik Momenti: Bir cismin dönme hareketine karşı gösterdiği direncin ölçüsüne **eylemsizlik (atalet) momenti** denir. Bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen katı bir cismi oluşturan tüm parçacıkların, belirli kinetik enerjilere sahip olmaları gerekir. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulunan m kütleli bir parçacık, r yarıçaplı çembersel yörünge üzerinde v çizgisel hızı ile dönerken

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \quad (7)$$

ile ifade edilen bir kinetik enerjiye sahip olacaktır (Şekil-1). Dolayısıyla, dönme ekseninden farklı uzaklıklarda bulunan çok sayıda parçacıktan oluşmuş katı bir cisim için (7) ifadesi

$$K = \frac{1}{2}(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots)\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\sum_i m_i r_i^2\right]\omega^2 \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı kesikli sistemler için geçerlidir. (8) bağıntısındaki

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (9)$$

ifadesine yani parçacıkların kütleleri ile dönme eksenine olan uzaklıklarının karelerinin çarpımlarının toplamına **eylemsizlik momenti** denir. Diğer taraftan, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (9) bağıntısındaki toplam sembolü yerini integral işaretine bırakır ve tüm cisim üzerinden integral alınarak eylemsizlik momenti

$$I = \int r^2 dm \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla eylemsizlik momenti, cismin hem şekline ve kütle dağılımına hem de dönme eksenine bağlıdır. Eylemsizlik momentinin SI sistemindeki birimi **kg.m²**'dir. Buna göre, bir eksen etrafında dönmekte olan bir cismin, (8) ile verilen toplam kinetik enerjisi

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (11)$$

olur. (11) denkleminde görüldüğü gibi eylemsizlik momenti büyüdükçe, cismin dönme hareketi yapması için daha fazla iş yapması gerekir.

Düzgün Bir Cismin Eylemsizlik Momentinin Belirlenmesi: Belirli bir geometrik şekle sahip olmayan bir cismin eylemsizlik momentinin (10) bağıntısı yardımıyla hesaplanması oldukça zor

iken, basit şekilli katı cisimlerininki gayet kolaydır. Örneğin, R yarıçaplı M kütleli düzgün bir diskin merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momenti,

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \quad (12)$$

ile verilir. İç yarıçapı R_1 , dış yarıçapı R_2 olan bir halkanın eylemsizlik momenti

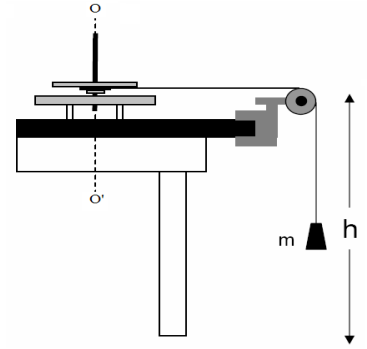
$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2) \quad (13)$$

ile tanımlıdır. Eni a boyu b olan dikdörtgen levhanın eylemsizlik momenti ise

$$I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) \quad (14)$$

dir.

Şekil-2’de şematik olarak gösterilen sistem, düşey bir eksen etrafında dönebilen disk şeklinde bir tabla ile h yüksekliği boyunca düşen bir m kütesinden oluşmuştur. m kütesinin ağırlığı r yarıçaplı bir makaraya sarılı olan ipi çekerek, tablayı döndürür. Makaranın kütle merkezi ise OO' dönme eksenini üzerindedir. m kütesinin belirli bir h yüksekliğini kat ettiği andaki hızı v için, makaranın açısal hızı ω ’ya bağlı olarak



Şekil-2

$$v = r\omega \quad (15)$$

bağıntısı ile yazılabilir. Sistem durgun halden harekete başlarsa $v_0 = 0$ ve $\omega_0 = 0$ olacağından, başlangıçta sistemin kinetik enerjisi sıfırdır. Sistemin enerjisi, m kütesinin potansiyel enerjisi olan mgh kadardır. m kütlesi h kadar alçalınca, başlangıçta sadece mgh kadar potansiyel enerjisi olan m kütlesi, bu enerjiyi kendi hızlanması (v) ve ipin sarılı olduğu disk şeklindeki tablanın dönmesinden (ω) kaynaklanan kinetik enerjilere dönüştürecektir. Bu durum enerji korunumuna göre,

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I_{\text{tabla}} \omega^2 \quad (16)$$

şeklinde olmalıdır. Sistem sabit bir kuvvetin etkisiyle hareket ettiğine göre, m kütesinin hareketi düzgün hızlanan doğrusal harekettir. Dolayısıyla hız için

$$v = \frac{2h}{t} \quad (17)$$

yazılabilir. (15), (16) ve (17) denklemleri kullanılarak, tablanın eylemsizlik momenti için

$$I_{\text{tabla}} = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (18)$$

ifadesi elde edilir. Tabla üzerine eylemsizlik momenti belirlenecek bir cisim, kütle merkezi OO' dönme eksenini üzerinde bulunacak şekilde konulduğunda, tabla ve üzerindeki cisimden oluşan sistemin OO' dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ($I_{\text{tabla}} + I_{\text{cisim}}$) olur. Bu durumda sistem, m kütesinin ağırlığı ile harekete geçer ve t kadar bir zamanda bu kütle h kadar alçalır. Bu koşulda sistemin eylemsizlik momenti (18) denklemi;

$$I_{\text{tabla}} + I_{\text{cisim}} = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (19)$$

ile verilir. (18) ve (19) bağıntıları kullanılarak I_{cisim} bulunur.

DENEY

Deney düzeneğindeki ipin sarılı olduğu makaranın yarıçapı verniyeli kompasla birkaç kez değişik yerlerinden ölçülür ve Tablo-1'e işlenir. 30 gramlık kütlenin bırakılacağı h yüksekliği ölçülür ve Tablo-1'e eklenir. Kütlenin bu yükseklikten aşağıya iniş süresi 3 kez ölçülüp, ortalaması alınır. Denklem (18) kullanılarak tablanın eylemsizlik momenti hesaplanır. Sonuçlar Tablo1'e işlenir.

Tablo-1

r(m)	m(kg)	h(m)	t(s)	$I_{\text{tabla}}(\text{kgm}^2)$
			$t_{\text{ort}}=$	

Disk:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine disk yerleştirilir.
2. 30g'lık kütlenin bırakılacağı h yüksekliği ayarlanır. Değerler Tablo 2'ye işlenir.
3. Kütlenin bu yükseklikten aşağıya iniş süresi 3 kez ölçülüp, ortalaması alınır.
4. Denklem (19) kullanılarak tabla ve diskin toplam eylemsizlik momenti olan ($I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$) hesaplanır.
5. Toplam eylemsizlik momentinden ($I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$), tablanın eylemsizlik momenti (I_{tabla}) çıkarılarak diskin deneysel eylemsizlik momenti ($(I_{\text{disk}})_{\text{deneysel}}$) hesaplanır.
6. Denklem (12) kullanılarak diskin teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Tüm sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.

Tablo-2

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	$I_{\text{tabla}}+I_{\text{disk}}$ (kgm ²)	$(I_{\text{disk}})_{\text{deneysel}}$ (kgm ²)	$M_{\text{disk}}(\text{kg})$	$R_{\text{disk}}(\text{m})$	$(I_{\text{disk}})_{\text{teorik}}$ (kgm ²)	$\frac{ I_{\text{teorik}}-I_{\text{deneysel}} }{I_{\text{teorik}}}$
$t_{\text{ort}}=$						

Halka:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine halka yerleştirilir.
2. Disk için yapılan işlemler halka için tekrar edilerek halkanın deneysel olarak eylemsizlik momenti hesaplanır.
3. Halkanın iç yarıçapı R_1 ve dış yarıçapı R_2 ölçülerek, denklem (13) yardımıyla halkanın teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Sonuçlar Tablo-3'e işlenir.

Tablo-3

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	I_{tabla}+I_{halka} (kgm²)	(I_{halka})_{deneysel} (kgm²)	M_{halka}(kg)	R₁(m)	R₂(m)	(I_{halka})_{teorik} (kgm²)	$\frac{ I_{teorik}-I_{deneysel} }{I_{teorik}}$
t_{ort}=							

Dikdörtgen Levha:

1. Deney düzeneğindeki tablanın üzerine levha yerleştirilir.
2. Halka için yapılan işlemler dikdörtgen levha için tekrar edilerek, dikdörtgen levhanın deneysel eylemsizlik momenti hesaplanır.
3. Levhanın kısa kenarı a ve uzun kenarı b ölçülerek, Denklem (14) yardımıyla levhanın teorik eylemsizlik momenti hesaplanır ve hata hesabı yapılır. Sonuçlar Tablo-4'e işlenir.

Tablo-4

r(m)	m(kg)	h(m)

t(s)	I_{tabla}+I_{levha} (kgm²)	(I_{levha})_{deneysel} (kgm²)	M_{levha}(kg)	a(m)	b(m)	(I_{levha})_{teorik} (kgm²)	$\frac{ I_{teorik}-I_{deneysel} }{I_{teorik}}$
t_{ort}=							

SORULAR:

1. Eylemsizlik momenti öteleme hareketinde hangi fiziksel büyüklüğe karşılık gelir, neden?
2. Bu deney ayda yapılsaydı eylemsizlik momenti değişir miydi? Neden?
3. Düzgün geometrik şekilli katı cisimlerin eylemsizlik momentleri nasıl hesaplanır? Bir örnekle açıklayınız.

M7. YAYLI VE BASİT SARKAÇ

AMAÇ

- 1) Bir spiral yayın yay sabitinin belirlenmesi ve basit harmonik hareket yapan bir cismin periyodunun incelenmesi.
- 2) Basit sarkaç yardımıyla yerçekimi ivmesinin belirlenmesi ve sarkaç periyodunun ölçülmesi.

GENEL BİLGİLER

1.1 Basit Harmonik Hareket: Belirli aralıklarla tekrarlanan harekete **periyodik hareket**, sabit bir nokta etrafında periyodik hareket yapan cismin hareketine ise **titreşim hareketi** denir.

Genellikle sinüs veya kosinüs fonksiyonu olarak ifade edilen periyodik hareketlere **harmonik hareket** denir. Böyle bir hareket yapan bir parçacığın hiçbir kuvvetin etkisinde olmadığı konumu **denge konumu** ve herhangi bir andaki konumunun denge konumuna olan uzaklığı da **uzanım** olarak anılır. Parçacığı denge konumuna geri getirmeye çalışan kuvvet, uzanımla orantılı ise titreşim hareketine **basit harmonik hareket (BHH)** denir.

Bir yaya asılı bir kütlenin denge durumundan uzaklaştırılarak serbest bırakılması sonucu yaptığı hareket BHH'dir. BHH'de parçacığa etki eden geri getirici kuvvet F ve bu kuvvetin yönü y 'nin zıt yönünde olduğundan,

$$F = -ky \quad (1)$$

dir. Bu bağıntıdaki k orantı katsayısıdır. Diğer taraftan, parçacığa bir kuvvet etki ettiğinden Newton'un ikinci kanununa göre bu geri getirici kuvvet,

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad (2)$$

dir. Buradan,

$$-ky = m \frac{dv}{dt} \text{ veya } m \frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0 \quad (3)$$

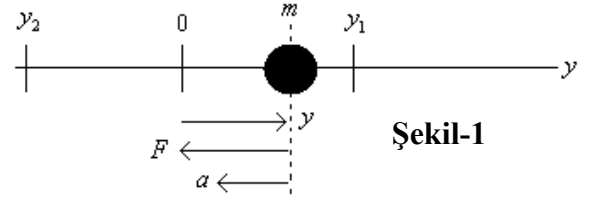
denklemini yazılabilir. $\omega^2 = k/m$ (ω ; açısal frekans) olmak üzere, bu son denklem

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \quad (3')$$

şeklinde ifade edilir. (3') denkleminin genellikle **harmonik salıncı (osilatör) denklemi** denir ve çözümü, A bir sabit **genlik**, δ **başlangıç fazı** olmak ü

$$y = A \sin(\omega t + \delta)$$

şeklinde dir.



Şekil-1

(4) bağıntısından hareket ederek;

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta) \quad (5)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y \quad (6)$$

elde edilir. Öte yandan açısal frekansın $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğu göz önüne alınırsa, basit harmonik

hareketin periyodu da

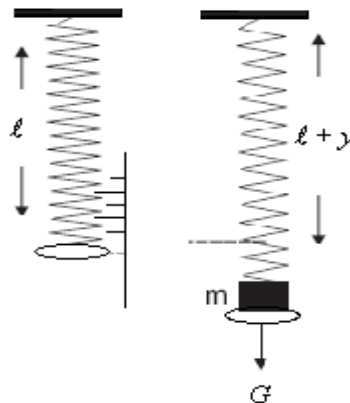
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (7)$$

olarak bulunur.

1.2 Hooke Kanunu: Esnek bir cisme esneklik sınırları içinde kalmak koşuluyla bir kuvvet uygulandığında cisimde oluşan boyut değişikliği uygulanan kuvvetle orantılıdır. Tek boyutlu kabul edilebilecek bir cisme F kuvvetinin uygulanması halinde boyutundaki $\Delta \ell = y$ değişme miktarı

$$F = ky \quad (8)$$

bağıntısı ile verilir. (8) bağıntısındaki k matematiksel anlamda bir orantı katsayısıdır. Newton'un üçüncü kanununa göre cisme etkiyen F kuvvetine cisim de eşit şiddetle fakat zıt yönlü tepki



göstereceğinden, tepki kuvveti,

Şekil-2

$$F' = -ky \quad (8')$$

şeklinde yazılabilir. Genellikle **Hooke Kanunu** olarak anılan bu son bağıntıdaki F' kuvvetine **geri getirici kuvvet** denir. Bir ucundan asılı boyu ℓ olan hafif bir yayın diğer ucuna m kütlesi asıldığında yay ilk durumdan y kadar uzar (Şekil-2). Bu uzamayı sağlayan m kütleinin G ağırlığıdır. Bu nedenle, (8) bağıntısından

$$k = \frac{mg}{y} \quad (9)$$

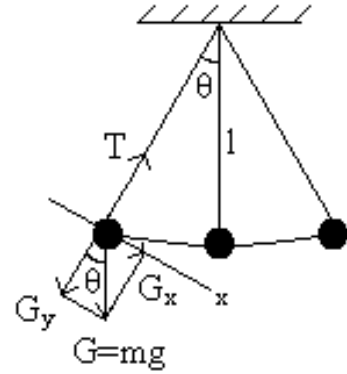
elde edilir. Dolayısıyla k orantı katsayısı, spiral yayın **yay sabitidir**.

2.1 Yerçekimi İvmesi: Bilindiği gibi, yeryüzünde fazla yüksek olmayan bir yerden serbest bırakılan bir cisim gittikçe hızlanarak düşer. Cismin bir ilk hızı olmadığına göre harekete geçebilmesi için bir kuvvet gerekir. Bu ise dinamiğin temel prensibine göre, cismin bir ivme kazanmasıyla açıklanabilir. Öte yandan serbest düşen cisim gittikçe hızlandığına göre cismin böyle bir ivme kazandığı açıktır. Cisme etki eden bu ivmeye (g) **yerçekimi ivmesi**, bu ivmenin oluşturduğu (G) kuvvetine de **cismin ağırlığı** denir. Bu takdirde, m cismin kütlesi ise,

$$G = mg \quad (10)$$

dir. Başka bir deyimle G ağırlığı dünyanın cisme etki ettirdiği kuvvettir ve genellikle “**gravitasyon**” veya **yerçekimi kuvveti** olarak anılır. Ancak **etki-tepki** prensibine göre, dünyanın cisme etki ettirdiği G kuvvetine karşılık cisim de dünyaya, bu kuvvete eşit fakat zıt yönde bir kuvvet etki ettirmelidir.

2.2 Basit Sarkaç: Bir ucundan tespit edilmiş ℓ uzunluğundaki hafif iplikle taşınan m kütleli noktasal bir cismin oluşturduğu düzeneğe **basit sarkaç** denir (Şekil-3). Basit sarkaç denge konumundan küçük bir θ açısı kadar uzaklaştırılıp serbest bırakılırsa mg yerçekimi kuvvetiyle ipteki T gerilmesinin etkisi altında düşey bir düzlemde periyodik salınımlar yapar. (x,y) koordinat eksenleri olarak Şekil-1’de verilen eksenler seçildiğinde mg ’nin x doğrultusundaki bileşeni $mg\sin\theta$, y doğrultusundaki bileşeni ise $mg\cos\theta$ olur. Dolayısıyla ipteki T gerilmesi $mg\cos\theta$ ile dengelenir. $mg\sin\theta$ bileşeni ise, m kütlelerini 0 denge durumuna getirmeye çalışan geri getirici kuvvetin şiddeti olup,



Şekil-3

$$F = mg\sin\theta \quad (11)$$

şeklinde ifade edilebilir. θ açısının küçük (5° den küçük) olması halinde, $\sin\theta \approx \theta$ olup, $\theta = x/\ell$ ’dir. Bu durumda geri getirici kuvvet,

$$F = -mg\theta = -mg\frac{x}{\ell} \quad (12)$$

dir. O halde küçük x uzanımları için geri getirici kuvvet uzanım ile orantılıdır ($F \propto x$). Dolayısıyla bu şart altında basit sarkacın hareketi **basit harmonik hareket**’tir. Buna göre k orantı katsayısı olmak üzere,

$$F = -kx \quad (13)$$

yazılabilir. (13) bağıntısındaki (-) işareti geri getirici kuvvet olduğunu ifade eder. (12) ve (13) bağıntıları yardımıyla

$$-kx = -mg\frac{x}{\ell} \text{ veya } k = \frac{mg}{\ell} \quad (14)$$

yazılabilir. $F = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$ ile verilen dinamiğin temel bağıntısı yardımıyla

$$-kx = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) \quad (15)$$

elde edilir. $\omega^2 = \frac{k}{m}$ olmak üzere, (15) bağıntısı

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (16)$$

şekline dönüşür. Bu bağıntı ise basit harmonik hareketin diferansiyel denklemdir. (16) denkleminin çözümü, A bir sabit olan ‘genlik’ değeri, δ ‘başlangıç fazı’ olmak üzere,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad (17)$$

şeklindedir. Ancak başlangıç şartına bağlı olarak, çözüm

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (17')$$

(17') şeklinde de olabilir. Öte yandan $\omega = \frac{2\pi}{T}$ olduğundan hareketin periyodu,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (18)$$

ile ifade edilir. Bu bağıntıdan küçük salınımlar için basit sarkaç periyodunun sarkaç cisminin kütlesine, salınımın genliğine bağlı olmadığı; sadece sarkaç uzunluğuna ve yerçekimi ivmesine bağlı olduğu anlaşılır.

“Ancak (18) bağıntısı θ açısının küçük olması halinde geçerlidir.”

DENEY 1

1. Spiral yayın ucundaki işaret okunun gösterdiği y_0 değeri okunur ve Tablo-1’e işlenir.
2. Spiral yayın alt ucuna m kütlesi asılır ve denge durumunda işaret okunun gösterdiği y değeri okunur ve Tablo-1’e işlenir.
3. Yayın esneklik sınırları aşılmamak koşuluyla yaya asılan kütleler gittikçe artırılır ve her bir durum için işaret okunun gösterdiği y_n değeri okunarak Tablo-1’e işlenir.

$y_0 = \dots\dots\dots m$

Tablo-1

m (kg)					
y_n (m)	$y_0 =$	$y_1 =$	$y_2 =$	$y_3 =$	$y_4 =$
$y = y_n - y_0$ (m)					
$F = mg$ (N)					
$k = F/y$ (N/m)					
					$k_{ort} =$

(N/m)
$k_{\text{grafik}} =$ (N/m)

4. Her bir durum için F kuvveti ve $k=F/y$ bulunarak Tablo-1'e işlenir.
5. Tablo-1'deki değerler kullanılarak " $F=f(y)$ " grafiği çizilir. Bu eğri (1) bağıntısına göre orijinden geçen doğru olmalıdır. Bu doğrunun eğiminden spiral yayın ortalama yay sabiti k_{grafik} hesaplanır ve Tablo-1'e işlenir.
6. Yayın ucuna bir m kütlesi asılır ve kütle denge durumundan bir miktar aşağıya doğru çekilerek serbest bırakılır. Bu durumda yay ve kütleden oluşan sistem denge durumu etrafında BHH yapar.
7. BHH'in periyodunu belirlemek için birkaç tam salınımlık (yaklaşık 10) süre ölçülür. Ölçüm hatasını azaltmak için bu süre iki kez ölçülür. Bu değerlerden ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.
8. Yaya asılan kütleler gittikçe artırılarak benzer şekilde ortalama periyot hesaplanır. Sonuçlar Tablo-2'ye işlenir.
9. Tablo-2'deki değerlerden " $T^2=f(m)$ " grafiği çizilir. Bu eğri (7) bağıntısına göre orijinden geçen bir doğru olmalıdır.

Tablo-2

m (kg)	10T(s)	$T_{\text{ort}}(s)$	$T^2(s^2)$	k (N/m)

10. Çizilen bu eğriden seçilen iki tane (m, T^2) değer çifti için (7) bağıntısı yardımıyla yay sabiti hesaplanır. Sonuçlar Tablo-3'e işlenir.

Tablo-3

m (kg)	T ² (s ²)	k (N/m)
		k _{ort} =

DENEY 2

1. Asılma noktasından sarkaç cisminin kadar olan ℓ' ip boyu bir metre çubuğu ile ve kürenin $2R$ çapı da kompasla ölçülerek sarkacın $\ell = \ell' + \ell_{\phi} + R$ uzunluğu hesaplanır. Bu işlem birkaç kez (yaklaşık 3 defa) tekrarlanarak ortalama sarkaç boyu bulunur. Değerler Tablo-4'e işlenir.
2. Sarkaç denge konumundan bir miktar (yaklaşık 5°) ayrılarak salınım yapması sağlanır. Sabit bir noktadan sarkacın aynı yöne doğru ardı ardına iki geçişi bir salınım olmak üzere birkaç salınım (yaklaşık 10°) için geçen süre kronometre ile okunarak sarkaç periyodu bulunur. Bu işlem birkaç defa tekrar edilerek ortalama periyot hesaplanır, Tablo-4'e işlenir.
3. Bu işlemler farklı uzunluklu sarkaçlar (yaklaşık 3 tel) için tekrarlanarak, bulunan değerler Tablo-4'e işlenir.
4. Tablodan yararlanarak $T^2 = f(\ell)$ grafiği çizilir. Grafikten bulunan ℓ / T^2 oranı ve (18) ifadesi yardımıyla g yerçekimi ivmesi hesaplanır.
5. Yerçekimi ivmesinin bulunulan yerde bilinen değeri yardımıyla g'nin belirlenmesinde yapılan bağıl hata,

$$\frac{|\Delta g|}{g'} = \frac{|g' - g|}{g'}$$

bağıntısından hesaplanarak Tablo-4'e işlenir.

$$\ell_{\phi} = \dots\dots\dots$$

$$\begin{aligned} 2R &= \dots\dots\dots \\ R &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$g' = \dots\dots\dots$$

Tablo-4

ℓ' (m)	ℓ (m)	10T (s)	T (s)	10T (s) ek kütle	T (s) ek kütle	g (m/s ²)	$\Delta g/g'$

6. Sarkaç cismi üzerine ek kütle takılarak periyot iki kez ölçülür bulunan değer, daha önce kullanılan aynı boylu sarkacın periyot değeri ile karşılaştırılarak periyodun kütle ile değişip değişmediği kontrol edilir.

SORULAR:

1. Genlik nedir? BHH’de periyot genliğe bağımlıdır? Periyot hangi büyüklüklerle değişir?
2. Gravitasyonel alan şiddeti $g=G/m$ olarak tanımlanır. Tablo-1’den yararlanarak gravitasyonel alan şiddeti hesaplanabilir mi?
3. Basit harmonik hareket nedir?
4. Yerçekimi ivmesi nelere bağlı olarak değişir?

M8. BURULMA SARKACI VE FİZİKSEL SARKAÇ

AMAÇ:

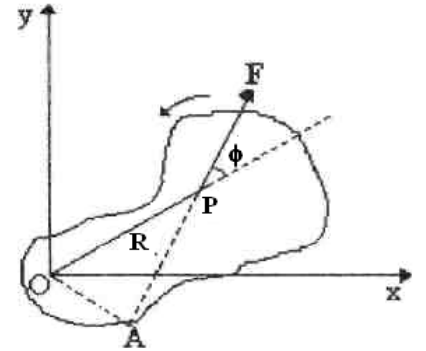
- Esnek bir telin burulma sabitinin bulunması ve burulma sarkacı ile bir cismin eylemsizlik momentinin ölçülmesi.
- Levha şeklindeki bir fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi
- Simetrik kütle eklenen fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi
- Asimetrik kütle eklenen fiziksel sarkacın eylemsizlik momentinin belirlenmesi

GENEL BİLGİLER - BURULMA SARKACI

Dönme Momenti: Bir kuvvet etkisiyle bir cisim bir nokta (O noktası) etrafında dönmeye zorlanırsa, deneyler dönme etkisinin O noktasının kuvvet doğrultusuna olan OA uzaklığı ile başka bir deyimle, $\overline{OA}$ kuvvet kolu ile arttığını göstermektedir (Şekil-1). Cismin kolaylıkla dönebilmesi için $\overline{OA} \cdot F = \overline{OP} \cdot F \cdot \sin\phi$ nin büyük olması gerekir. Bu büyüklüğe **dönme momenti** (tork) denir ve

$$\vec{\tau} = \vec{R} \times \vec{F} \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Dönme momentinin SI sistemindeki birimi N.m dir. O' dan geçen, şekil düzlemine dik olan eksen etrafında dönen bir cismin P noktasına, dolayısıyla cisme etki eden dönme momenti, P de bulunan ve F kuvvetinin etkisi altında aynı eksen etrafında dönen bir parçacığa etki eden dönme momentine eşdeğerdir. Şu halde cismin bu eksen etrafında dt gibi kısa bir sürede dönmesiyle, cismin herhangi bir P noktasının bu sürede dairesel yörüngede aldığı yol $ds = R d\theta$ dir (Şekil-2).



Şekil 1

Bu durumda yapılan iş,

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = FR \sin\phi d\theta = \tau d\theta \quad (2)$$

dir. Bir eksene göre konumları $R_1, R_2, \dots$ ile belirtilen $m_1, m_2, \dots$ kütleli parçacıklardan oluşan ve bu eksen etrafında dönen bir cismin kinetik enerjisi,

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \dots) \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\sum m_i R_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3)$$

şeklinde ifade edilir (Şekil-3). (3) bağıntısındaki

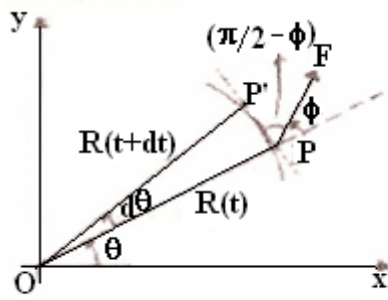
$$I = \left(\sum_i m_i R_i^2 \right) \quad (4)$$

ifadesine cismin bu dönme eksenine göre **eylemsizlik momenti** denir.

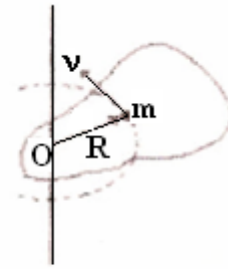
Ancak, cismin sürekli bir yapıya sahip olduğu kabul edilirse, (4) bağıntısı,

$$I = \int R^2 dm \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil-2



Şekil-3

Diğer taraftan kinetik enerjinin zamana bağlı değişimi,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) = \frac{1}{2} I \frac{d}{dt} \omega^2 = I \omega \frac{d\omega}{dt} = I \alpha \omega \quad (6)$$

şeklinde ifade edilebileceğinden, (2) bağıntısı yardımıyla dönme momenti

$$\tau = I \alpha \quad (7)$$

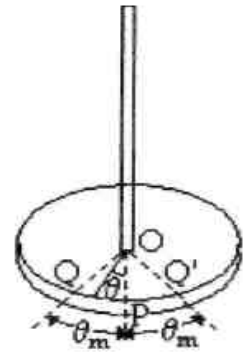
şeklinde yazılabilir. Şu halde, *sabit bir eksen etrafında dönen bir cismin açısal ivmesi ile eylemsizlik momentinin çarpımı cisme etki eden dönme momentine eşittir*. Bu takdirde, (7) bağıntısı öteleme hareketindeki $F=m.a$ bağıntısına eşdeğerdir. Dolayısıyla, öteleme hareketindeki m kütlelerinin yerini, dönme hareketinde kütle dağılımını ifade eden I eylemsizlik momenti alır.

Paralel Eksenler Teoremi: Bir cismin kütle merkezinden geçen bir eksene göre olan I_o eylemsizlik momenti ile bu eksene paralel herhangi bir başka eksene göre olan I eylemsizlik momenti arasında, h eksenler arasındaki uzaklığı ve m de dönen cismin kütleini göstermek üzere

(8)

$I = I_o + mh^2$ bağıntısı vardır. Bu bağıntı çok zaman **paralel eksenler teoremi** veya **Steiner teoremi** olarak anılır.

Burulma Sarkacı: Basit bir burulma sarkacı, üst ucu sıkıca tutturulmuş bir tel veya çubuğun alt ucuna yerleştirilmiş yatay bir diskten oluşur (Şekil-4). Disk, P noktası Q ya gelecek şekilde burularak denge durumundan uzaklaştırılıp serbest bırakılırsa P noktası Q ve Q' limit durumları arasında salınır. Diskin salınımı burulan telin diske etki ettirdiği τ dönme momentinden kaynaklanır ve diski denge durumuna getirecek yönde etki eder. Ancak, küçük salınımlar için bu dönme momentinin burulma açısı ile orantılı olduğu görülür.



Şekil 4

Şu halde, θ açısal uzanımına zıt yönde etki eden dönme momentini

$$\tau = -k_b \theta \quad (9)$$

dır. Bu bağıntıdaki k_b burulma sabiti olup, diski taşıyan telin özelliklerine bağlıdır. Dolayısıyla (9) bağıntısı basit harmonik hareketin $F = -kx$ bağıntısının açısal türde ifadesidir. Sistemin hareket denklemi ise,

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (10)$$

ve (9) bağıntısından

$$-k_b \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{k_b}{I} \theta = 0 \quad (11)$$

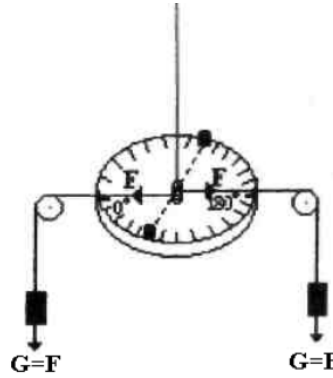
şeklindedir. Bu bağıntıdaki I eylemsizlik momenti O dan geçen düşey eksene, başka bir deyimle, diski taşıyan tel doğrultusundaki eksene göredir, $\omega^2 = k_b / I$ olmak üzere bu diferansiyel denklemin çözümü,

$$\theta = \theta_o \sin(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

dır. Burada φ faz açısıdır ve başlangıç koşullarından belirlenir. ω açısal frekansı $\omega = 2\pi/T$ olduğundan burulma sarkacının küçük salınımlarının periyodu,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{sarkaç}}{k_b}} \quad (13)$$

dır. Burulma sarkacı bir cismin eylemsizlik momentinin belirlenmesinde kullanılan en basit bir ayardır. Eylemsizlik momenti ölçülecek cisim, boyut ve kütlesi aynı olan bir diğeri ile sarkaç diski üzerine bir çap boyunca ve sarkacın dönme ekseninden aynı h uzaklığında bulunacak şekilde yerleştirilir (Şekil-5).



Şekil-5

Bu takdirde sistemin toplam eylemsizlik momenti ($I_{sarkaç} + 2 I_{cisim}$) şeklindedir.

$$I_{sarkaç} + 2I_{cisim} = \frac{T_{cisim}^2 k_b}{4\pi^2} \quad (14)$$

(14) bağıntısındaki T_{cisim} bu şekilde iki özdeş cisim ile yüklenmiş burulma sarkacının salınım periyodunu, I_{cisim} ise cismin eylemsizlik momentini ifade eder. Burulma sarkacının eylemsizlik momenti bilinir ise, bu şekilde iki özdeş cisim ile yüklenmiş burulma sarkacının salınım periyodu bulunduğunda cismin eylemsizlik momenti (14) bağıntısından kolayca çekilebilir. Diğer yandan paralel eksenler teoremi kullanılarak bulunan cismin teorik eylemsizlik momenti I_{cisim}^{teorik} denklem (15) ile verilmiştir.

$$I_{cisim}^{teorik} = \frac{M_{cisim} R_{cisim}^2}{2} + M_{cisim} h^2 \quad (15)$$

GENEL BİLGİLER - FİZİKSEL SARKAÇ

Kütle merkezi dışında herhangi bir eksenenden asılmış olan katı cisim **fiziksel sarkaç**tır. Duvar saatlerinde ve sanayide kullanılan sarkaçlar birer fiziksel sarkaçtır. Sistem denge konumundan ayrılırsa salınım hareketi yapacaktır. Kütle merkezinden a kadar uzaktaki bir O noktasından geçen eksene asılan bir katı cismi düşünelim. O noktasına göre *tork* (dönme momenti) yerçekimi kuvveti tarafından sağlanır.

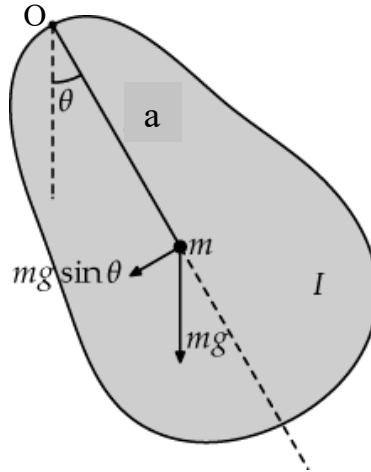
$$\tau = mga \sin \theta \quad (10)$$

I , O noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momenti olmak üzere

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (11)$$

$$-mga \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (12)$$

İle ifade edilir. Soldaki eksi işareti, O ya göre dönme momentinin θ 'yı azaltmaya çalıştığını gösterir. Yerçekimi kuvveti geri çağırıcı bir döndürme momenti meydana getirir.



Şekil 9. Fiziksel sarkaç

Küçük açılarda salınım hareketi için $\sin \theta \approx \theta$ yaklaşımı geçerli olur ve hareket denklemi

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mga}{I}\right)\theta = -\omega^2\theta \quad (13)$$

İle ifade edilir. Burada ω açısal frekans, m cismin kütlesi, g yerçekimi ivmesi, a dönme eksenine ile kütle merkezi arasındaki dik uzaklık, I cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momentidir. Denklemden de anlaşılacağı gibi bu bir basit harmonik harekettir ve çözümü

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (14)$$

ile ifade edilir. Bu bilgiler ışığında düzlemsel bir katı cismin eylemsizlik momenti tespit edilebilir. Kütle merkezinin yeri ve dolayısıyla a mesafesi bilinirse, eylemsizlik momenti, periyot ölçülerek elde edilebilir.

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}} \quad (15)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (16)$$

DENEY - BURULMA SARKACI

1. Sarkaç diskinde iplerin sarıldıkları makaranın çapı ($2r$) kumpasla ölçülüp Tablo-1'e işlenir,
2. Sarkaç diski altındaki vida yardımıyla yatay duruma getirilir. Sarkacın denge durumunda gösterdiği referans açı θ_o derece cinsinden Tablo-1'e kaydedilir.
3. Disk makarasına ters yönlerde sarılmış ipler askı düzenindeki ayaklara bağlı makaralardan dolaştırılıp, sarkan uçlarına (her iki uca da eşit!) çeşitli kütleler (5, 10, 15 g,) asılarak her bir durum için açısız yer değiştirme belirlenir.
4. Denge durumundaki açının bilinen değeri kullanılarak dönme (burulma) açıları θ derece cinsinden ölçülür. Bu açılar radyan cinsinden Tablo-1'e yazılır.

Tablo-1

r:					
θ_o :					
m (g)	F=mg (dyn)	$\Delta\theta = \theta_{ölçü} - \theta_o$ (derece)	$\Delta\theta$ (rad)	$\tau = 2Fr$ (dyn.cm)	$k_b = \tau / \Delta\theta$ (dyn.cm/rad)
10					
20					
30					
40					
50					
				$(k_b)_{ort} =$	

5. Sarkaç diskinde iplerin sarıldıkları makaranın yarıçapı ve ağırlıklar yardımı ile sarkaca etki eden tork hesaplanır ve Tablo-1'e işlenir. ($g = 980 \text{ cm/s}^2$ alınmalıdır)
6. Tork ve radyan cinsinden burulma açıları kullanılarak her bir ölçüm için k_b , burulma sabitleri hesaplanır. Ortalama değeri bulunarak sonuçlar Tablo-1'e işlenir.
7. Sarkaç diski θ kadar ($< 5^\circ$) döndürülerek salınımın T periyodu belirlenir. T periyodunu ölçmek zor olduğundan $5T$ periyodu belirlenip ortalama alınabilir.
8. Buradan sarkaç düzeninin eylemsizlik momenti $I_{sarkaç}$, bulunan $(k_b)_{ort}$ değeri kullanılarak (13) bağıntısı yardımıyla hesaplanır, Tablo-2'ye işlenir.
9. Eylemsizlik momenti bulunacak cisimlerin çap ($2R$) ve kütleleri (M) birkaç defa ölçülüp

Tablo-2'ye işlenir.

10. Bu özdeş cisimler sarkaç diski üzerine aynı çap boyunca ve dönme ekseninden aynı h uzaklığına yerleştirilir ve kompas yardımı ile h mesafesi belirlenerek, Tablo-2'ye işlenir.

11. Cisimler simetrik olarak sarkaca yüklendiği durum için sarkaca salınım yaptırılarak salınımın periyodu T_{sistem} benzer şekilde ölçülür ve Tablo-2'ye işlenir.

12. Kullanılan burulma (askı) teli için $(k_b)_{ort}$ değeri Tablo-1'den alınarak (14) bağıntısı yardımıyla I_{cisim} hesaplanır.

Cismin I_{cisim}^{teorik} eylemsizlik momenti (15) bağıntısı ile hesaplanarak deneyde yapılan bağıl hata, (16) bağıntısından bulunur Tablo-2'ye işlenir.

$$B.H. = \frac{\left| I_{cisim}^{teorik} - I_{cisim} \right|}{I_{cisim}^{teorik}} \quad (16)$$

Tablo-2

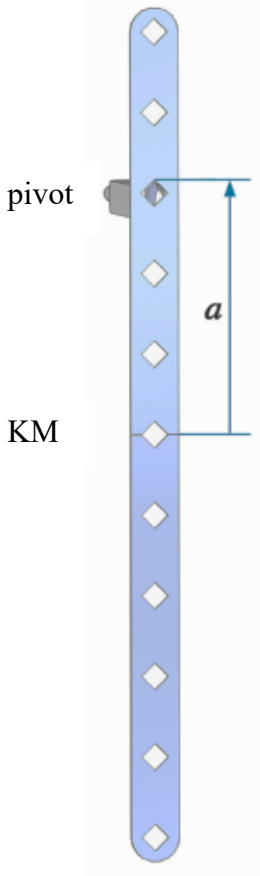
M (g)		$I_{sarkaç}$ (g cm ²)	
R (cm)		I_{cisim}^{deney} (g cm ²)	
h (cm)		I_{cisim}^{teorik} (g cm ²)	
$T_{sarkaç}$ (s)		Bağıl Hata (%)	
T_{sistem} (s)			

SORULAR:

1. Burulma sabitinin CGS sistemindeki birimini yazınız.
2. Bir burulma sarkacı aya götürüldüğünde frekansı değişir mi, neden?

DENEY - FİZİKSEL SARKAÇ

Levhanın eylemsizlik momentinin bulunması



1. İlk durumda levha ilk pivottan asılır.
2. Zamanlayıcı (Timer) sıfırlanır.
3. Levhanın çok küçük açılarda salınım yapması sağlanır ve 20 periyotluk süre ölçülür.
4. Levhanın asıldığı pivot değiştirilerek ölçüm tekrar edilir. Elde edilen periyot ölçümleri Tablo 1'e işlenir.
5. Tablodan elde edilen sonuçlarla $Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$ ye karşılık a^2 grafiği çizilir. Burada a kütle merkezi ile pivot arasındaki mesafedir. Grafiğin eğimi fiziksel sarkacın kütlesine karşılık gelir. Grafiğin y eksenini kestiği nokta ise sarkacın kütle merkezine göre eylemsizlik momentini verir. Hesaplamalar ve grafikten bulunan değerler Tablo 1'e işlenir.

$$Mag \frac{T^2}{4\pi^2} = I$$

$$I = I_R + m_R a^2$$

Burada I_R , levhanın kütle merkezine göre eylemsizlik momenti, m_R , levhanın kütlesidir.

Tablo1

$m_R(\text{kg})=$							
Pivot	a (m)	20T(s)	T(s)	$I = Mag \frac{T^2}{4\pi^2}$	$a^2(\text{m}^2)$	$m_R(\text{grafik})$ (kg)	$I_R(\text{km})\text{grafik}$ (kg.m ²)

Deneyde kullanılan cisimlerin kütleleri:

$$M_{levha}=0,215 \text{ kg}$$

$$M_{siyah \text{ kütle}}=0,105 \text{ kg}$$

$$M_{civata}=0,037 \text{ kg}$$

$$M_{sorum}=0,015 \text{ kg}$$

$$M_{pul}=0,005 \text{ kg}$$

SORULAR:

1. Fiziksel sarkaç ile basit sarkaç arasındaki temel fark nedir?
2. Bir cismin kütle merkezinden geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti ile kütle merkezinden uzak bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
3. Fiziksel sarkacın periyodu hangi büyüklüklere bağlıdır?

M9. ÇARPIŞMALAR

AMAÇ:

Esnek ve esnek olmayan çarpışmalarda momentumun ve kinetik enerjinin korunumunun deneysel olarak incelenmesi.

GENEL BİLGİLER

Doğrusal Momentum ve Korunumu:

v hızı ile hareket eden m kütleli bir parçacığın doğrusal (çizgisel, lineer) momentumu kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır. Momentum vektörel bir nicelikdir. Yönü hız ile aynıdır. SI birim sisteminde birimi kg.m/s'dir.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

Bir parçacığın doğrusal momentumunun değişme hızı (zamana göre türevi), parçacığa etkiyen net kuvvete eşit ve bu kuvvetle aynı yöndedir.

$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad (2)$$

Bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olduğu zaman, doğrusal momentumun zamana göre türevi de sıfır olur.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (3)$$

Bu durumda doğrusal momentum sabit kalır ve bu da momentumun korunduğu anlamına gelir.

Bu sonuca “**doğrusal momentumun korunumu yasası**” denir.

Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki parçacığın çarpışmadan önceki hızları $\vec{v}_1$ ve $\vec{v}_2$, çarpışmadan sonraki hızları $\vec{v}'_1$ ve $\vec{v}'_2$ ise momentumun korunumu ilkesi gereği,

$$\sum F_{dış} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \vec{p}' \quad (4)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad (5)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (6)$$

yazılabilir.

Mekanik Enerjinin Korunumu:

Yerden herhangi bir h yüksekliğinde tutulan m kütleli bir cisim, bu yükseklikte potansiyel enerjiye sahiptir. Cisim serbest bırakılırsa potansiyel enerjisi azalırken, kinetik enerjisi artar. Hava direnci gibi etkenler ihmal edilirse, cisim aşağı doğru hareket ederken kaybettiği potansiyel

enerji, cismin kinetik enerjisi olarak görünür. Başka bir ifadeyle, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı yani, toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Bu, mekanik enerjinin korunumu ilkesine bir örnektir.

Sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış cisimler sisteminde, sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır. Bir sistemin toplam mekanik enerjisi, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlandığından,

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv_{maks}^2 = mgy_{maks} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{Sabit} \quad (7)$$

olarak yazabiliriz. Enerjinin korunumu ilkesini $E_i = E_s$ olarak ifade edebiliriz. Bu durumda;

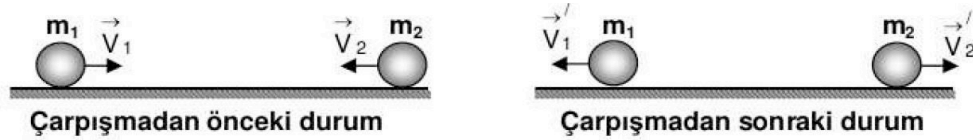
$$K_i + U_i = K_s + U_s \quad (8)$$

denklemini elde edilir.

Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar:

Esnek Çarpışma

Dış kuvvetlerin dikkate alınmadığı bir çarpışmada momentum korunur. Momentumun ve kinetik enerjinin korunduğu çarpışmaya **esnek çarpışma** denir. Atomik düzeyde atom ve moleküllerin çarpışmaları çoğunlukla esnektir. Makroskobik dünyada ise esnek çarpışma, çarpışma sırasında mutlaka az da olsa ısı enerjisi kaybı söz konusu olduğu için, hiçbir zaman tam olarak ulaşılamayan ideal bir durumdur. Bilardo topları gibi belirli cisimlerin çarpışmaları, mükemmel şekilde olmaya çok yakındır ve esnek çarpışma olarak kabul edilirler.



Şekil 1. Esnek Çarpışma

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \quad (9)$$

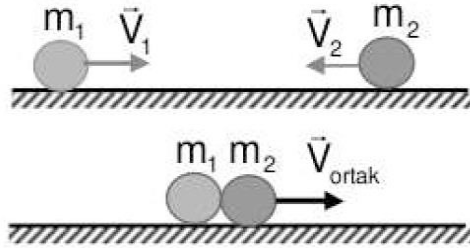
$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (10)$$

Esnek Olmayan Çarpışma

Momentumun korunup, kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalara **esnek olmayan çarpışma** adı verilir. Burada çarpışan cisimler deforme olabilir, kinetik enerji ısıya dönüşebilir. Her iki durumda da kinetik enerji azalmış olur. Sporda kullanılan lastik veya plastik topların çarpışmaları veya trafikteki araba çarpışmaları elastik olmayan çarpışmadır.

Tam Esnek Olmayan Çarpışma

Bu çarpışmada da esnek olmayan çarpışmada olduğu gibi momentum korunurken kinetik enerji korunmaz. Esnek olmayan çarpışmanın bu özel halinde, iki kütle çarpışma sonrasında birbirine yapışarak veya kenetlenerek ortak hızla birlikte hareket ederler.



Şekil 2. Tam Esnek Olmayan Çarpışma

Bu durum için momentum korunumu,

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}_{ortak} \quad (11)$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{ortak} \quad (12)$$

şeklinde yazılır. Buradan ortak hız bulunur.

$$\vec{v}_{ortak} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} \quad (13)$$

Bu tür çarpışmalarda, çarpışmadan önceki kinetik enerji her zaman çarpışmadan sonraki kinetik enerjiden büyüktür. Çarpışmadan önceki kinetik enerji K_1 ve çarpışmadan sonraki kinetik enerji K_2 olmak üzere, $K_1 > K_2$ 'dir. Kinetik enerji farkı (kayıp enerji), ısıya veya başka enerji şekillerine dönüşür.

Kinetik enerjinin maddesel kaybı;

$$maddesel\ kayıp = \frac{K_1 - K_2}{K_1} \quad (14)$$

Yüzdesel kaybı;

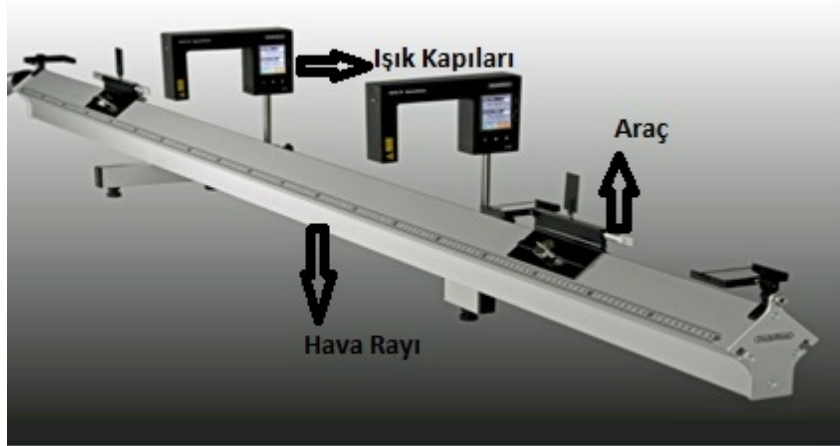
$$yüzdelik\ kayıp = \frac{K_1 - K_2}{K_1} \times 100 \% \quad (15)$$

şeklindedir.

DENEY

I) Esnek Çarpışma

1. Işık kapıları Şekil-3'teki gibi yerleştirilir. Ray eğimsiz olacak şekilde vidalı ayaklar yardımıyla su terazisi kullanılarak ayarlanır.



Şekil 3. Deney düzeneği

2. I. ışık kapısı rayın bir ucuna yakın, II. ışık kapısı ise rayın diğer ucuna yakın yerleştirilir.
3. Araçlardan biri I. Işık kapısının arkasına diğeri ise II. ışık kapısının arkasına yerleştirilir.
4. Her iki ışık kapısının üzerindeki ekranda birinci kısım “Speed value”, ikinci kısım “Previous value” modunda olacak şekilde ayarlanır.
5. Araçlardan uç kısımda olanın önüne yandaki aparat takılır. 
6. Diğer araca ise aşağıdaki aparat takılır. 
7. Hava kompresörü sürtünmesiz ortam yaratılacak şekilde çalıştırılır ve belirli bir seviyeye ayarlanır.
8. Aynı anda araçlara elinizle hız vererek çarpışmaları sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
9. Araçların kütleleri hassas terazi ile tartılır. Araçların üzerine farklı ağırlıklar yerleştirilir ve araçların tekrar çarpışması sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
10. Her bir durum için çarpışmadan önceki ve sonraki hızlar tabloya kaydedilir.
11. Tablodaki değerlerden yararlanılarak bulunan her bir hız değerleri için (9) bağıntısı kullanılarak hesaplamalar yapılır ve momentumun korunumu incelenir.

Tablo-1

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)
m_1 (kg)	$m_2+0,1$ (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)
m_1 (kg)	$m_2+0,2$ (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_1' (m/s)	v_2' (m/s)	p (kgm/s)	p' (kgm/s)

II) Esnek Olmayan Çarpışma

1. Rayın uç kısmında olan aracın ön kısmına diğer aparat çıkartılarak aşağıdaki aparat takılır. Aparatta bulunan mantar, bir iğne ucunu örttüğünden aparata takılı olan mantar dikkatli bir şekilde çıkartılır.



2. Diğer aracın uç kısmına ise aşağıdaki şekilde verilen aparat takılır.



3. Hava kompresörü sürtünmesiz ortam yaratılacak şekilde çalıştırılır ve belirli bir seviyeye ayarlanır.
4. Araçlardan biri rayın uç kısmına diğeri ise her iki ışık kapısının ortasına yerleştirilir.
5. Uç kısımdaki araca eliniz ile hız vererek diğer araç ile çarpışması sağlanır (3 kere tekrar ediniz).
6. Araçların üzerine farklı ağırlıklar yerleştirilerek esnek olmayan çarpışma yapmaları sağlanır (3 kere tekrar ediniz).

7. Araçların çarpışması sonucu ışık bariyerlerindeki ekrandan okunan hız değerleri tabloya kaydedilir.
8. Tablodaki değerlerden yararlanılarak ölçülen her bir hız değeri için (9) bağıntısı kullanılarak hesaplamalar yapılır. Momentumun korunumu ve enerjinin korunumu incelenir.

Tablo-2

m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()
m_1 (kg)	$m_2+0,1$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()
m_1 (kg)	$m_2+0,2$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	p ()	p' ()

Tablo-3

m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	$K_1(kgm^2/s^2)$	$K_2(kgm^2/s^2)$	%Kayıp
m_1 (kg)	$m_2+0,1$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	$K_1(kgm^2/s^2)$	$K_2(kgm^2/s^2)$	%Kayıp
m_1 (kg)	$m_2+0,2$ (kg)	m_1+m_2 (kg)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_{ortak}	$K_1(kgm^2/s^2)$	$K_2(kgm^2/s^2)$	%Kayıp

Sorular

- 1) Korunumlu kuvvet ne demektir? Korunumlu kuvvetlere örnek veriniz.
- 2) Esnek olmayan çarpışmaya iki örnek veriniz.

M10. BALİSTİK SARKAÇ

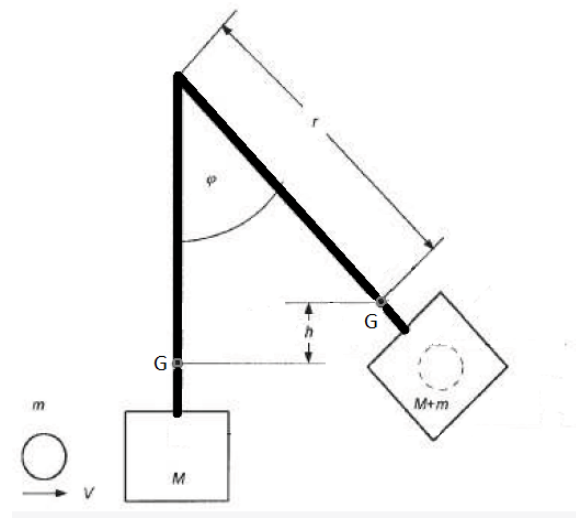
AMAÇ:

Enerji korunumu ve açısal momentum korunumu ilkelerini kullanarak balistik sarkaca saplanan bilyenin hızının ölçülmesi.

GENEL BİLGİLER

Bir merminin hızını belirlemenin klasik bir yöntemi, bu mermiyi kütlece daha büyük olan bir sarkaca fırlatmaktır. Bu süreçte, mermi sarkaca saplanır ve onun salınmasına sebep olur. Bu fenomen **balistik sarkaç** ismiyle anılır. Bu olay aslında basitçe, esnek olmayan bir çarpışmadır.

Deney için kullanılan denklemleri üretmek için, sarkacın kütlesi M ve sarkaç tarafından yakalanan bilyenin kütlesi m 'nin, ortak ağırlık merkezlerinin bulunduğu yerde tek bir kütle noktası olarak hareket ettiği yaklaşımı yapılır. Daha sonra sarkacın hareketsiz pozisyonundaki (ilk durum) potansiyel enerjisini sıfır seçerek salınımın en yüksek noktasındaki (ikinci durum) potansiyel enerji yazılır.



Şekil 1

$$U = (m + M)gh \quad (11)$$

Burada g yerçekimi ivmesi, h ise ağırlık merkezinin, ilk durum ve ikinci durum arasındaki yükseklik farkıdır.

Şekil 1'den $h = (1 - \cos\phi)r$ yazılarak (11) bağıntısı,

$$U = (m + M)g(1 - \cos\phi)r \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. Mekanik enerji korunumundan dolayı, bu potansiyel enerji bilyenin ilk durumundaki sarkaca çarptıktan hemen sonraki sarkaç sisteminin kinetik enerjisine eşit olmalıdır.

$$K = \frac{1}{2}(m + M)v_p^2 \quad (13)$$

Burada v_p sarkaç sisteminin çarpışmadan hemen sonraki hızıdır.

Çarpışmadan hemen sonraki momentum ifadesi $p = (m + M)v_p$ ve (13) bağıntısı kullanılarak

$$p = \sqrt{2(m + M)K} \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir.

Çarpışmadan önce sarkaç hareketsizdi. Momentumun korunumu ilkesi gereği, çarpışmadan önceki bilyenin momentumunun büyüklüğü,

$$p = mv \quad (15)$$

çarpışmadan hemen sonraki sarkaç sisteminin momentumunun büyüklüğüne, yani (15) bağıntısına eşit olmalıdır. Özetle, momentumun korunumu ilkesi gereği (15) bağıntısı ve (14) bağıntısı birbirine eşitlenir ve toplam mekanik enerji korunumu gereği kinetik enerji K yerine (12) bağıntısındaki potansiyel enerji U ifadesi yazılırsa; bilyenin çarpışmadan önceki hızı,

$$v = \frac{m+M}{m} \sqrt{2g(1 - \cos\varphi)r} \quad (16)$$

ifadesi ile elde edilir.

Esasında, buraya kadar ele alınan balistik sarkaç için yapılan teorik türetmeler, belirli bir idealleştirmeye dayanmaktadır. Yani, (16) bağıntısı yalnızca yaklaşık olarak geçerlidir, ancak pratik amaçlar için yine de çok faydalıdır.

Şimdi, kesin bir değerlendirmeye nasıl ulaşılabileceğini göstermek için başlangıç olarak, kinetik enerji için (13) bağıntısı, bir fiziksel sarkacın dönme kinetik enerjisi denklemi ile değiştirilmelidir.

$$K_{dönme} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (17)$$

Burada, I sarkacın bilye ile birlikte olan eylemsizlik momenti, ω ise açısal hızdır.

Açısal momentum $L = I\omega$ ifadesini burada yerine koyarsak

$$L = \sqrt{2IK_{dönme}} \quad (18)$$

bağıntısını elde ederiz. Bu açısal momentum, bilyenin sarkacın dönme noktasına göre olan çarpışmadan önceki açısal momentumu L_b ’ye eşit olmalıdır. Yakalama anında bilyenin dönme noktasından olan uzaklığı r_b ise,

$$L_b = mr_b^2 \omega_b = mr_b v \quad (19)$$

olarak elde edilir. Açısal momentum korunumu ilkesi gereği, (18) ve (19) bağıntıları birbirine eşittir. (12) bağıntısı da göz önüne alındığında bilyenin çarpışmadan önceki hızı,

$$v = \frac{1}{mr_b} \sqrt{2I(m+M)g(1-\cos\varphi)r} \quad (20)$$

olarak bulunur.

Fiziksel bir sarkacın eylemsizlik momenti I , salınımın periyodu T 'nin ölçülmesi ile aşağıdaki bağıntı kullanılarak elde edilir.

$$I = \frac{(m+M)grT^2}{4\pi^2} \quad (21)$$

Sonuçta (20) bağıntısı,

$$v = \frac{(m+M)}{m} \frac{r}{r_b} \frac{gT}{2\pi} \sqrt{2(1-\cos\varphi)} \quad (22)$$

halini alır. Şimdi, yaklaşık sonuç veren (16) bağıntısı v_{app} olarak ve tam sonuç veren (22) bağıntısı v_{ex} olarak adlandırılırsa, bu iki sonuç bir düzeltme faktörü (f_{cor}) kullanılarak,

$$v_{app} = f_{cor} v_{ex} \quad (23)$$

şeklinde birbirine bağlanırsa, bu düzeltme faktörü

$$f_{cor} = \frac{T}{2\pi r_b} \sqrt{rg} \quad (24)$$

olarak bulunur.

r_m , matematiksel sarkacın uzunluğu olmak üzere periyod için $T = 2\pi \sqrt{\frac{r_m}{g}}$ bağıntısı kullanılırsa, bu formül daha açıklayıcı hale gelir.

Bu ifade (24) bağıntısında yerine yazılırsa, düzeltme faktörü için

$$f_{cor} = \frac{\sqrt{r_m r}}{r_b} \quad (25)$$

sonucu elde edilir.

DENEY

1. Şekil 2’de verilen deney sisteminde atışın güvenli olması için bilyeyi, yaylı mancınık kurulmadan önce halka şeklindeki mıknatısa yerleştiriniz.

2. Bilyeyi yerleştirip ortaladıktan sonra üç kademeden oluşan yaylı mancının tetiğini istenilen kademeye getirip kilitleyiniz.



Şekil 2

3. Tetiği serbest bıraktığınızda yaylı mancınık tarafından itilen bilye, sarkacın en alt tarafındaki kutucuğa hapsolür ve sarkaçla birlikte hareket eder. Bu olay, aslında esnek olmayan bir çarpışmadır.

4. Maksimum genliğe eriştikten sonra hareket yönünü değiştiren sarkacın bu maksimum genlikte yaptığı açı φ ’yi, takip çubuğunu kullanarak belirleyiniz.

5. Bilyenin çarpışmadan hemen önceki hızı v ’yi ise direkt olarak hızölçerden okuyunuz.

Tablo 1

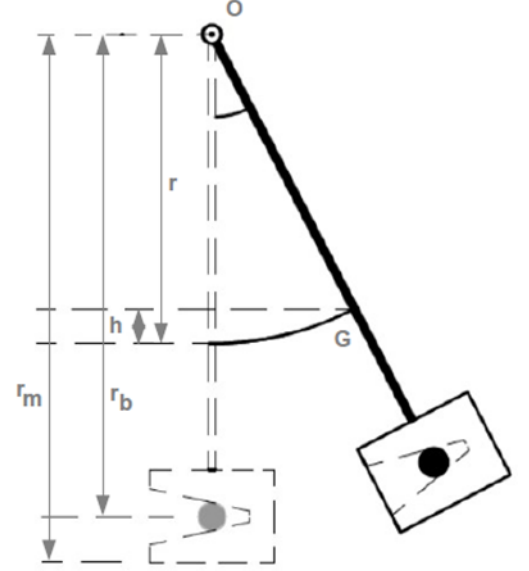
	Tahta Bilye		Metal Bilye	
	φ	$v \text{ (m/s)}$	φ	$v \text{ (m/s)}$
1. Kademe-1. Ölçüm				
1. Kademe-2. Ölçüm				
2. Kademe-1. Ölçüm				
2. Kademe-2. Ölçüm				
3. Kademe-1. Ölçüm				
3. Kademe-2. Ölçüm				

6. Deneyi tahta bilye ve metal bilye kullanarak her kademe için iki kez gerçekleştiriniz.

7. Tablo-1’deki değerlerin her bir kademe için ortalamasını alarak Tablo-2’ye işleyiniz.

8. (22) bağıntısını, $v = \frac{(m+M)}{m} \frac{r}{r_b} \frac{gT}{2\pi} \sqrt{2(1 - \cos\varphi)}$, kullanarak bilyelerin çarpışma öncesi hızlarını yaptığınız deneyden bulduğunuz açılarının ortalama değerlerini kullanarak hesaplayınız. Bulduğunuz sonuçları Tablo-2'deki ***v_{deney}*** sütunlarına ekleyiniz.

9. (22) bağıntısındaki periyod ifadesi için $T = 2\pi \sqrt{\frac{r_m}{g}}$ bağıntısını kullanınız. Bağıntıdaki diğer bilinmeyen değerler olan m ve M kütlelerini hassas terazide tartarak; r_m , r_b ve r uzunluklarını ise yanda verilen görselden yararlanıp sarkaç üzerinde ölçüm yaparak belirleyiniz. Burada r , sarkaç-bilye sisteminin ortak ağırlık merkezinden dönme noktasına olan uzaklıktır. Sarkaç-bilye sisteminin ortak ağırlık merkezini, sarkacı yatay konumda bir ip üzerinde dengeye getirerek bulabilirsiniz.



9. Son olarak, çarpışma öncesi hızölçerden direkt okunan hızların ortalamalarını ***v_{ort}*** ve deney yardımı ile bulunan hızlar ***v_{deney}*** değerlerini kullanarak bağıl hata hesabı yapınız.

Tablo 2

	Tahta Bilye			Metal Bilye		
	<i>φ_{ort}</i>	<i>v_{ort}</i> (m/s)	<i>v_{deney}</i> (m/s)	<i>φ_{ort}</i>	<i>v_{ort}</i> (m/s)	<i>v_{deney}</i> (m/s)
1. Kademe						
2. Kademe						
3. Kademe						

SORULAR

1. Bir futbolcunun vurduğu top 30 m/s ilk hızla ve yatayla 37° açı altında yükseliyor.
 - a. Topun hareket denklemlerini yazınız.
 - b. $t=1$ s anında topun konum ve hız bileşenleri ne olur?
 - c. Maksimum yüksekliğe kaç saniyede çıkar?
 - d. Topun maksimum yüksekliği ne kadardır?
 - e. Top ne kadar uzağı düşer?