

## Kütle Merkezi

- 1) 4 cisim y-ekseni boyunca: 2.00 kg'lık bir cisim +3.00 m 'de , 3.00-kg'lık bir cisim +2.50 m'de , 2.50-kg'lık cisim orjinde ve 4.00-kg'lık cisim -0.500 m'de olacak şekilde dizilmişlerdir. Bu cisimlerin kütle merkezini bulunuz.

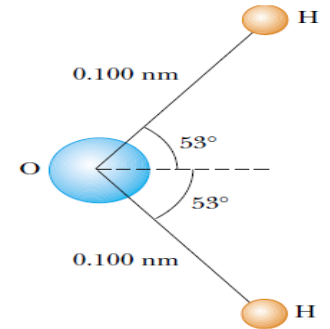
Kütle merkezinin x-eksenindeki bileşeni:

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{0+0+0+0}{(2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg} + 2.50 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg})}$$
$$x_{CM} = 0$$

Kütle merkezinin y-eksenindeki bileşeni:

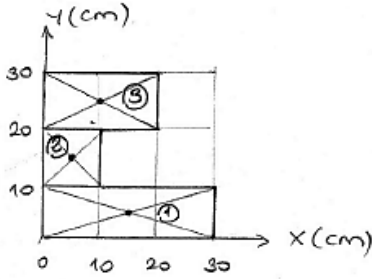
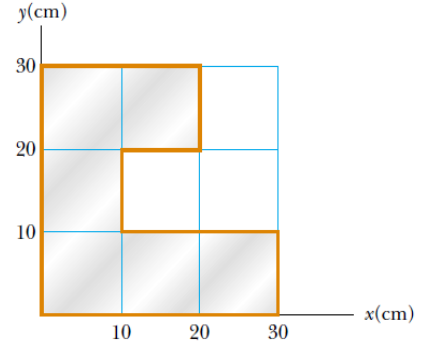
$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{(2.00 \text{ kg})(3.00 \text{ m}) + (3.00 \text{ kg})(2.50 \text{ m}) + (2.50 \text{ kg})(0) + (4.00 \text{ kg})(-0.500 \text{ m})}{2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg} + 2.50 \text{ kg} + 4.00 \text{ kg}}$$
$$y_{CM} = 1.00 \text{ m}$$

- 2) Bir su molekülü Şekil'deki gibi, bir oksijen ve iki hidrojen atomundan ibarettir. İki bağ arasındaki açı  $106^\circ$  dir. Bağ uzunlukları 0.1 nm ise molekülün kütle merkezinin yerini, birim vektörler cinsinden bulunuz.



$$x = 0,1 \cdot \cos 53 = 0,06 \text{ nm}$$
$$y = 0,1 \cdot \sin 53 = 0,08 \text{ nm}$$
$$m^H = 1,008 \text{ akb}$$
$$m^O = 16,000 \text{ akb}$$
$$\vec{r}_1 = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} = 0,06 \vec{i} + 0,08 \vec{j} \text{ nm}$$
$$\vec{r}_2 = 0,06 \vec{i} - 0,08 \vec{j}$$
$$\vec{r}_3 = 0$$
$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1,008(0,06 \vec{i} + 0,08 \vec{j}) + 1,008(0,06 \vec{i} - 0,08 \vec{j})}{2(1,008) + 16,000}$$
$$= \frac{1,008 \cdot (0,12)}{18,016} = 6,71 \cdot 10^{-3} \vec{i} \text{ (nm)}$$

- 3) Düzgün bir çelik levha Şekil'deki gibi kesilmiştir. Bu levhanın kütle merkezinin yerini birim vektörler cinsinden bulunuz.



Çelik levhayı 3 parçaya bölelim, diagonal kütle dağılımına sahip simetrik cisimlerde kütle merkezi simetri eksenindedir (ya da cismin geometrik merkezidir.)

1. parçanın kütle merkezinin konum vektörünü,  $\vec{r}_1 = 15\vec{i} + 5\vec{j}$
2. " " " " " " ,  $\vec{r}_2 = 5\vec{i} + 15\vec{j}$
3. " " " " " " ,  $\vec{r}_3 = 10\vec{i} + 25\vec{j}$

Birim alan başına kütleye  $\sigma$  dersek,  $(\sigma = \frac{M}{A})$

$$M_1 = \sigma \cdot A_1 = \sigma \cdot (0,3 \times 0,1) = 0,03\sigma \text{ kg}$$

$$M_2 = \sigma \cdot A_2 = \sigma \cdot (0,1 \times 0,1) = 0,01\sigma \text{ kg}$$

$$M_3 = \sigma \cdot A_3 = \sigma \cdot (0,2 \times 0,1) = 0,02\sigma \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_{KM} &= \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\ &= \frac{\sigma [0,03(15\vec{i} + 5\vec{j}) + 0,01(5\vec{i} + 15\vec{j}) + 0,02(10\vec{i} + 25\vec{j})]}{\sigma(0,03 + 0,01 + 0,02)} \end{aligned}$$

$$\vec{r}_{KM} = \left( \frac{0,7\vec{i} + 0,8\vec{j}}{0,06} \right) = (11,7\vec{i} + 13,3\vec{j}) \text{ m}$$

4) Uzunluğu 30 cm olan bir çubuğun çizgisel kütle yoğunluğu

$$\lambda = 50.0 \text{ g/m} + 20.0x \text{ g/m}^2,$$

ile verilmektedir. Burada x çubuğun bir ucundan olan uzaklıktır.

a) Çubuğun kütlesi nedir? b) Kütle merkezi x = 0 ucundan ne kadar uzaktadır?

$$a) \quad M = \int dm = \int_0^{0,3} \lambda dx = \int_0^{0,3} [50 + 20x] dx$$

$$M = \left[ 50x + 20 \frac{x^2}{2} \right]_0^{0,3} = 15,9 \text{ g}.$$

$$b) \quad x_{km} = \frac{1}{M} \int x dm = \frac{1}{M} \int_0^{0,3} x (\lambda dx)$$

$$x_{km} = \frac{1}{M} \int_0^{0,3} x (50 + 20x) dx = \frac{1}{M} \int_0^{0,3} (50x + 20x^2) dx$$

$$x_{km} = \frac{1}{15,9} \left[ 50 \frac{x^2}{2} + 20 \frac{x^3}{3} \right]_0^{0,3} = 0,153 \text{ m}.$$