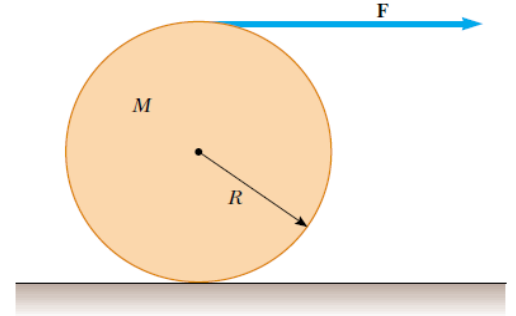


Fizik-1 Uygulama-8

YUVARLANMA HAREKETİ VE AÇISAL MOMENTUM

- 1) $M=16$ kg kütleli ve $R=10$ cm yarıçaplı içi dolu bir silindir, $F=60$ N'luk bir kuvvetin etkisi altında Şekil'de görüldüğü gibi, sürtünmeli yatay bir düzlemde harekete başlıyor ($I_{\text{silindir}} = \frac{1}{2}MR^2$). Silindir kaymadan yuvarlandığına göre;



- a) Silindirin kütle merkezinin ivmesini hesaplayınız.
b) Kaymayı önlemek için gerekli olan minimum statik sürtünme kuvvetini hesaplayınız.
c) Silindirin, 25 radyanlık açı döndükten sonraki açısal hızını bulunuz.
d) Silindir üzerine yapılan toplam işi bulunuz.

1-a) $\tau_p = I_p \cdot \alpha$ $\tau_p = 2R \cdot F$

$$I_p \cdot \alpha = 2R \cdot F$$

$$\frac{3}{2}MR^2 \cdot \alpha = 2R \cdot F$$

$$\alpha = \frac{4F}{3MR}$$

$$a_{\text{cm}} = \alpha \cdot R$$

$$a_{\text{cm}} = \frac{4F}{3M}$$

$$a_{\text{cm}} = \frac{4 \cdot 60}{3 \cdot 16}$$

$$a_{\text{cm}} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$I_p = I_{\text{cm}} + MR^2 \text{ (paralel eksenler teoremi)}$$

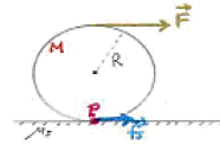
$$I_p = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2$$

$$I_p = \frac{3}{2}MR^2$$

$$R = 10 \text{ cm}$$

$$M = 16 \text{ kg}$$

$$F = 60 \text{ N}$$



veya $\tau = RF - Rf_s = I_{\text{cm}} \cdot \alpha$

$$(F - f_s)R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha$$

$$F - f_s = \frac{1}{2}MR \cdot \alpha$$

$$F - f_s = \frac{1}{2}M \cdot a_{\text{cm}}$$

$$F + f_s = M \cdot a_{\text{cm}} \text{ (Newton'un ikinci yasası)}$$

$$2F = \frac{3}{2}M \cdot a_{\text{cm}}$$

$$2 \cdot 60 = \frac{3}{2} \cdot 16 \cdot a_{\text{cm}}$$

$$a_{\text{cm}} = 5 \text{ m/s}^2$$

b) $\Sigma F = M a_{\text{cm}}$

$$F + f_s = M a_{\text{cm}}$$

$$60 + f_s = 16 \cdot 5$$

$$f_s = 20 \text{ N}$$

c) $\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$$\omega_s^2 = 0 + 2 \cdot \frac{a_{\text{cm}}}{R} \cdot \theta$$

$$\omega_s^2 = 2 \cdot \frac{5}{0,1} \cdot 25$$

$$\omega_s^2 = 2500$$

$$\omega_s = 50 \text{ rad/s}$$

d) $\Sigma W = \Delta K = K_s - K_i$

$$W = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\omega^2$$

$$W = \frac{1}{2}M(R\omega)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (0,1 \cdot 50)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 0,1^2\right) \cdot 50^2$$

$$W = 300 \text{ J}$$

veya $\Sigma W = \Delta K = \frac{1}{2}I_p\omega^2$

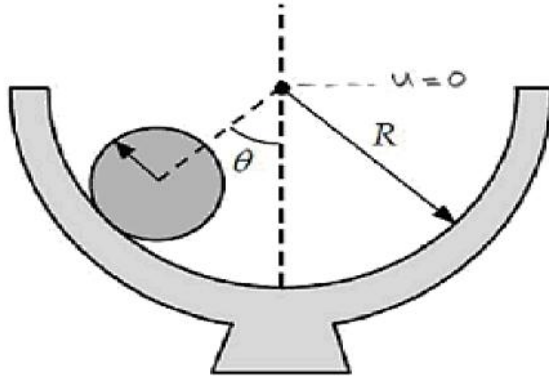
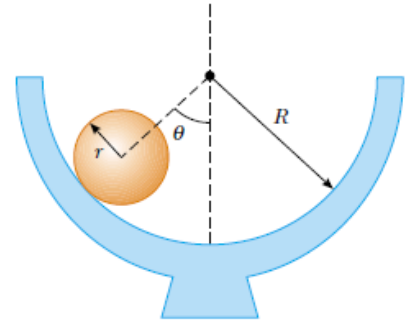
$$W = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}MR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 16 \cdot 0,1^2\right) \cdot 50^2 = 300 \text{ J}$$

veya $W = \int_0^{\theta} \tau_{\text{cm}} \cdot d\theta$

$$W = 2R \cdot F \cdot \theta \Big|_0^{25} = 2 \cdot 0,1 \cdot 60 \cdot 25 = 300 \text{ J}$$

- 2) m kütleli, r yarıçaplı içi dolu bir küre, R yarıçaplı yarım küre şeklinde bir çukurun içinde, başlangıçta, düşeyle θ açısı yapacak şekilde tutuluyor. Küre, serbest bırakıldığında kaymadan yuvarlandığına göre, kürenin çukurun dibindeki açısal hızını belirleyiniz.

$$I_{\text{küre}} = \frac{2}{5}mr^2.$$



$$E_i = E_s$$

$$K_i + \sum U_i = K_s + \sum U_s$$

$$0 + [-mg(R-r)\cos\theta] = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + [-mg(R-r)]$$

$$mg(R-r)(\cos\theta - 1) + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = 0$$

$$mg(R-r)(\cos\theta - 1) + \frac{1}{2}m(r\omega)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega^2 = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{7} \frac{(R-r)(1-\cos\theta)g}{r^2}}$$

3) Kütlesi $m=3$ kg olan bir parçacık $x=3$ m, $y=8$ m noktasından geçerken hızı $\vec{v} = (5\vec{i} - 6\vec{j})$ m/s olarak verilmektedir. Parçacığa negatif x yönünde 7 N'luk bir kuvvet etki etmektedir.

a) Parçacığın açısal momentumu nedir?

b) Parçacığa etkiyen tork nedir?

c) Açısal momentumun birim zamanda ne kadar değiştiğini bulunuz.

$$\begin{aligned} x &= 3 \text{ m} \\ y &= 8 \text{ m} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = 3\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{v} = 5\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$m = 3 \text{ kg}$$

$$F = 7 \text{ N} \Rightarrow \vec{F} = -7\vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 3(5\vec{i} - 6\vec{j}) = 15\vec{i} - 18\vec{j}$$

$$a) \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 8 & 0 \\ 15 & -18 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{k} (-54 - 120)$$

$$\vec{L} = -174 \vec{k} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

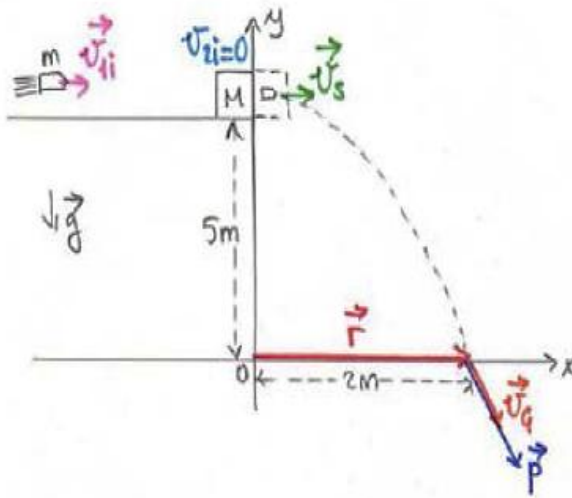
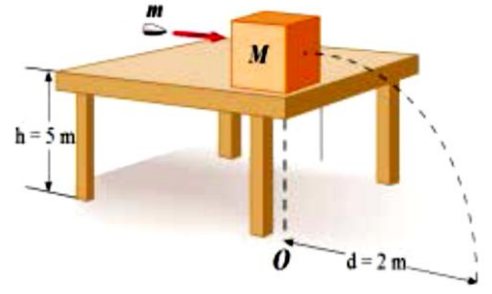
$$b) \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 8 & 0 \\ -7 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{k} (+56) \\ = 56 \vec{k} \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$c) \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 56 \vec{k} \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 4) Kütlesi m olan bir mermi, $h=5$ m yüksekliğindeki sürtünmesiz bir masanın kenarında duran M kütleli bir bloğa doğru atılıyor. Mermi, bloğun içinde kalıyor ve çarpışmadan sonra blok, masanın tabanından Şekil 7'de görüldüğü gibi $d=2$ m kadar ileride yere düşüyor. (Hava direnci önemsenmiyor)

a) Merminin ilk hızını, m ve M cinsinden ifade ediniz.

b) Çarpışmadan sonra, bloğun, yere çarpma anında O noktasına göre açısal momentumunu birim vektörler cinsinden bulunuz.



$$a) \sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_f$$

$$m \vec{u}_i + M \vec{u}_{f0} = (m+M) \vec{u}_s$$

$$u_i = \frac{(m+M)}{m} u_s \quad (1)$$

$$u_i = \frac{(m+M)}{m} \cdot 2$$

$$u_i = 2 \frac{(m+M)}{m} \text{ (m/s)}$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$t = 1 \text{ (s)}$$

$$d = u_s \cdot t$$

$$2 = u_s \cdot 1$$

$$u_s = 2 \text{ (m/s)}$$

$$b) \vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} \text{ (m)}$$

$$\vec{p} = (m+M) \vec{v}$$

$$\vec{p} = (m+M)(2\hat{i} - 10\hat{j})$$

$$\vec{L}_O = 2\hat{i} \times [(m+M)(2\hat{i} - 10\hat{j})]$$

$$\vec{L}_O = -20(m+M)\hat{k} \text{ (kg.m}^2\text{/s)}$$

$\vec{v}$: $(m+M)$ kütle sisteminin yere çarpma anındaki hızı

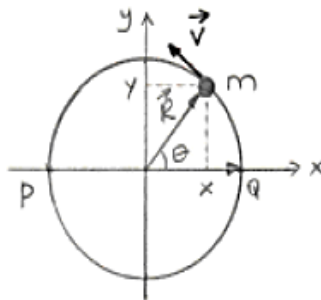
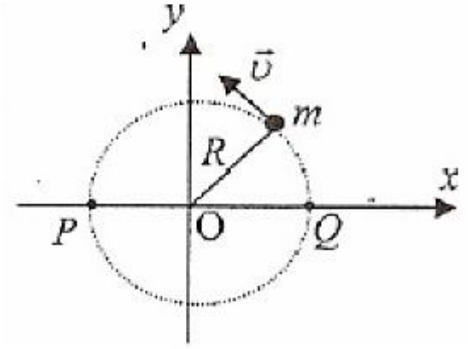
$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

$$\vec{v} = 2\hat{i} - 10\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$v_x = v_s \quad v_y = -gt$$

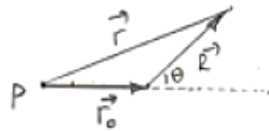
$$v_x = 2 \text{ (m/s)} \quad v_y = -10 \text{ (m/s)}$$

- 5) m kütleli bir parçacık Şekil'deki gibi, R yarıçaplı bir çember üzerinde sabit v hızıyla dönmektedir. Hareket, Q noktasından başlamışsa, P noktasına göre parçacığın açısal momentumunu zamana bağlı olarak bulunuz.



$$x = R \cos \theta$$

$$y = R \sin \theta$$



* Başlangıç konum vektörü, $\vec{r}_0 = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j}$
(Q noktası)
 $\vec{r}_0 = R \cdot \vec{i}$

* m kütleli parçacığın şekilde gösterilen durumu için konum vektörü, $\vec{r} = R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j}$

* P noktasından kütleli cismin konum vektörü, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}$

$$\vec{r} = R \vec{i} + R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j}$$

$$= R [(1 + \cos \theta) \vec{i} + \sin \theta \vec{j}]$$

Hız vektörü birim vektörler cinsinden,

$$\vec{v} = -v \sin(\theta) \vec{i} + v \cos(\theta) \vec{j}$$

$$\vec{v} = -v \sin\left(\frac{v t}{R}\right) \vec{i} + v \cos\left(\frac{v t}{R}\right) \vec{j}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & 0 \\ m v_x & m v_y & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{k} [R(1 + \cos \theta)(m v \cos \theta) - R \sin \theta (-m v \sin \theta)]$$

$$= \vec{k} [R (m v [\cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta])]$$

$$\vec{L} = m v R (1 + \cos \theta) \vec{k} = m v R \left[1 + \cos\left(\frac{v t}{R}\right)\right] \vec{k}$$

$$s = \theta \cdot R$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot R$$

$$v = \frac{d\theta}{dt} \cdot R$$

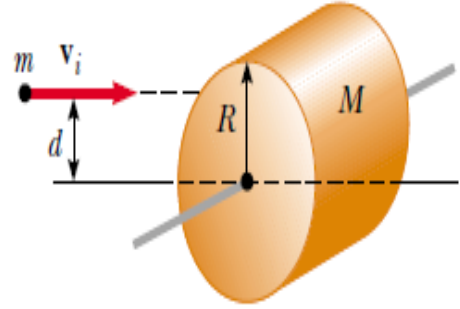
$$d\theta = \frac{v}{R} \cdot dt$$

$$\theta = \int \frac{v}{R} dt$$

$$\theta = \frac{v}{R} \cdot t$$

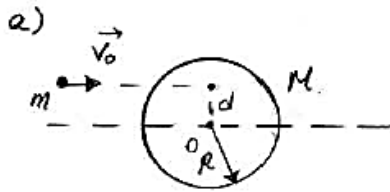
$$\theta = \omega \cdot t$$

- 6) m kütleli yapışkan kilden bir parça şekil 9'daki gibi, M kütleli ve R yarıçaplı katı bir silindire doğru v_i hızıyla fırlatılıyor. Silindir başlangıçta durgundur ve kütle merkezinden geçen sabit yatay bir eksene tutturulmuştur. Parçacığın hareket çizgisi eksene dik ve merkezden d uzaklığındadır ($d < R$).



- a) Kıl parçası silindire çarpıp yapıştıktan hemen sonra sistemin açısal hızını bulunuz.

- b) Bu olayda mekanik enerji korunur mu? Cevabınızı açıklayınız.



$$\sum \vec{\tau}_{\text{dış}} = 0 \quad L = \text{sbt olur.}$$

Sistemin açısal momentumu korunur.

$$L_{\text{ilk}} = L_{\text{son}}$$

$$L_{\text{ilk}} = m v_0 d \quad (\text{silindir başlangıçta durur})$$

$$L_{\text{son}} = I_{\text{sist}} \omega$$

$$I_{\text{sist}} = I_{\text{silindir}} + I_{\text{mermi}} \quad (\text{O noktası etrafında})$$

$$I_{\text{sist}} = \frac{1}{2} M R^2 + m d^2$$

$$L_{\text{ilk}} = L_{\text{son}}$$

$$m v_0 d = \left(\frac{1}{2} M R^2 + m d^2 \right) \omega$$

$$\omega = \frac{m v_0 d}{\frac{1}{2} M R^2 + m d^2}$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{ilk}} &= \frac{1}{2} m v_0^2 \\ E_{\text{son}} &= \frac{1}{2} I_{\text{sist}} \omega^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta E = E_{\text{ilk}} - E_{\text{son}} = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{m^2 v_0^2 d^2}{M R^2 + 2 m d^2}$$

$$E_{\text{son}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M R^2 + m d^2 \right) \left(\frac{m^2 v_0^2 d^2}{\left(\frac{1}{2} M R^2 + m d^2 \right)^2} \right)$$

$$= \frac{m^2 v_0^2 d^2}{M R^2 + 2 m d^2}$$

$$\Delta E = m v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{m d^2}{M R^2 + 2 m d^2} \right)$$

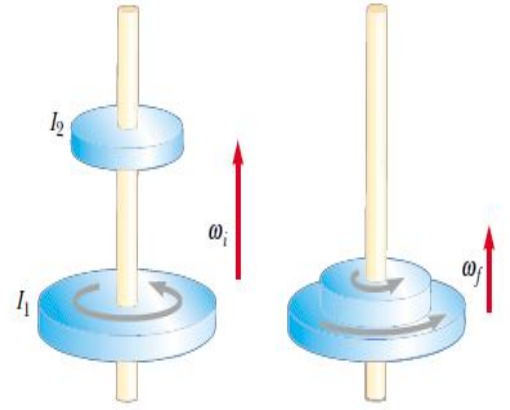
$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(\frac{M R^2}{M R^2 + 2 m d^2} \right)$$

Mekanik enerji korunmaz, bir miktar enerji iç enerjiye dönüşür.

7) Eylemsizlik momenti ihmal edilebilir bir şaft üzerinde bir tekerlek şekil'deki gibi 900 devir/dak açısal hız ile dönüyor. Başlangıçta hareketsiz olan ve eylemsizlik momenti birincisinin iki katı olan ikinci bir tekerlek aynı şafta bağlanıyor.

a) İki tekerlek ve şafttan oluşan sistemin açısal hızı nedir?

b) Sistemde oluşan dönme kinetik enerjisindeki değişimi bulunuz.



$$\omega_1 = 900 \text{ devir/dak} , I_2 = 2 I_1$$

a) Sistem üzerine etkiyen net tork sıfır olduğundan sistemin açısal momentumu korunur ($\vec{L} = \text{sabit}$).

Başlangıçta açısal momentum, $L_1 = I_1 \omega_1$

Sonraki " " " , $L_2 = (I_1 + I_2) \omega_2$

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \omega_1 = \frac{I_1}{I_1 + 2 I_1} \omega_1 = \frac{\omega_1}{3} = \frac{900}{3} = 300 \frac{\text{dev}}{\text{dak}}$$

$$\omega_2 = 300 \frac{\text{dev}}{\text{dak}} = \frac{300 \times 2\pi}{60} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) Başlangıçta kinetik enerji, $K_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$

Sonraki " " " , $K_2 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \omega_2^2$

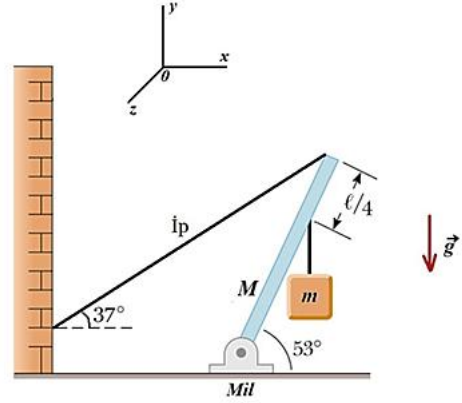
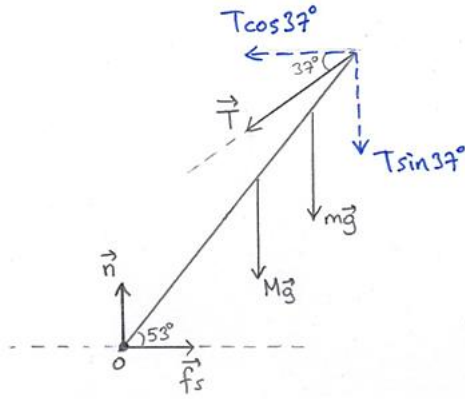
Kinetik enerjideki değişim,

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{3}{2} I_1 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{3}{2} I_1 \left(\frac{\omega_1}{3} \right)^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$

$\Delta K = -\frac{2}{3} K_1$ Sistem başlangıçtaki enerjisinin $\frac{2}{3}$ 'üni kaybeder.

STATİK DENGE

- 8) Kütlesi $M = 20 \text{ kg}$ ve uzunluğu l olan türdeş bir kalas, bir ucu bir mile monte edilmiş ve şekildeki gibi bir iple desteklenmiştir. Kalas üzerinde ise kütlesi $m = 80 \text{ kg}$ olan bir kutu asılıdır. Serbest cisim diyagramını çizerek ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.



$$\sum \tau_o = 0$$

$$Mg \frac{L}{2} \cos 53^\circ + mg \frac{3L}{4} \cos 53^\circ + T \sin 37^\circ L \cos 53^\circ + T \cos 37^\circ L \sin 53^\circ = 0$$

$$T = 1500 \text{ N}$$

- 9) $m = 0.6 \text{ kg}$ kütleli ince türdeş bir çubuk şekildeki gibi aralarındaki uzaklık $L = 0.9 \text{ m}$ olan iki düşey duvar arasında dengededir. Duvarlarla çubuğun uçları arasındaki statik sürtünme katsayıları $\mu_{s_1} = 1.2$ ve $\mu_{s_2} = 0.8$ 'dir. Sürtünme kuvvetlerinin değerlerinin maksimum olduğunu ve çubuğun aşağıya doğru kaymak üzere olduğunu kabul ediniz.

- a) Çubuğa etki eden düşey ve yatay kuvvetlerin büyüklüklerini hesaplayınız.
b) Çubuğun destek noktaları arasındaki h yüksekliğini bulunuz.

a) $\sum \vec{F} = 0 \quad n_1 - n_2 = 0 \quad n_1 = n_2$

$$f_{s_1} + f_{s_2} - mg = 0 \quad f_{s_1} = \mu_{s_1} n_1$$

$$f_{s_2} = \mu_{s_2} n_2$$

$$mg = f_{s_1} + f_{s_2} = (\mu_{s_1} + \mu_{s_2}) n_1$$

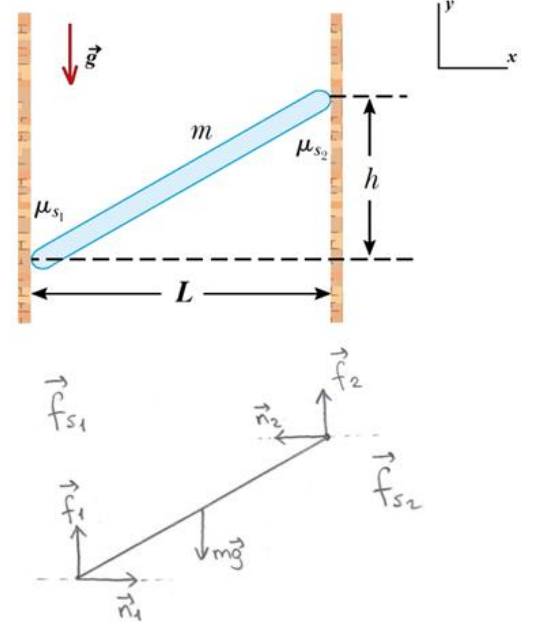
$$n_1 = \frac{mg}{\mu_{s_1} + \mu_{s_2}} = \frac{0.6 \cdot 10}{1.2 + 0.8} = 3 \text{ N}$$

$$n_1 = 3 \text{ N}$$

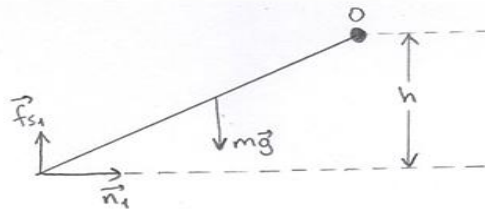
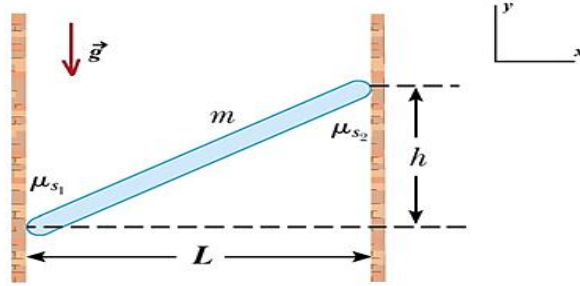
$$n_2 = 3 \text{ N}$$

$$f_{s_1} = 3.6 \text{ N}$$

$$f_{s_2} = 2.4 \text{ N}$$



b)



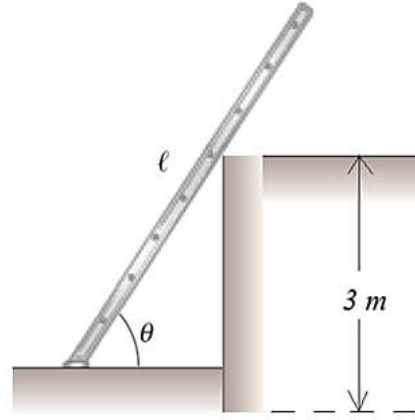
$$\sum \vec{\tau}_O = 0$$

$$mg \frac{L}{2} + n_1 h - f_{s_1} L = 0$$

$$0.6 \cdot 10 \cdot \frac{0.9}{2} + 3h - 3.6 \cdot 0.9 = 0$$

$$h = 0.18 \text{ m}$$

- 10) Boyu 6 m ve ağırlığı 445 N olan düzgün bir kalasın bir ucu sürtünmeli yatay bir zemin üzerinde dururken, diğer ucu yatay zeminden 3 m yükseklikteki sürtünmesiz bir duvara dayanmaktadır. Kalas, $\theta \geq 70^\circ$ iken dengede, $\theta < 70^\circ$ iken kaymaya başlamaktadır.



a) Kalasa, yatay zemin ve duvar tarafından uygulanan normal kuvvetleri bulunuz.

b) Yatay zemin ile kalas arasındaki statik sürtünme katsayısını bulunuz.

a) $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma \tau_o = 0$

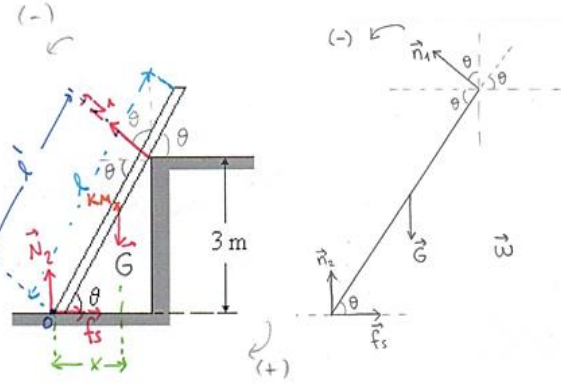
$\Sigma F_x = 0$; $f_s = n_1 \cdot \sin \theta$ (1)

$\Sigma F_y = 0$; $n_2 + n_1 \cos \theta = G$ (2)

$\Sigma \tau_o = 0$; $G \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \theta = n_1 \cdot l'$ (3)

Kaymaması için $\theta_{\min} = 70^\circ$ olmalı;

$\sin 70^\circ = \frac{h}{l'}$ $l' = \frac{h}{\sin 70^\circ} = \frac{3}{\sin 70^\circ} = 3,2 \text{ m}$



(3) $\rightarrow 445 \cdot \frac{6}{2} \cdot \cos 70^\circ = n_1 \cdot 3,2$; $n_1 = 143 \text{ N}$

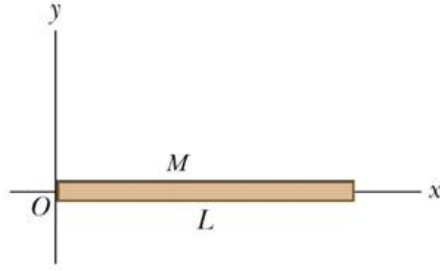
(2) $\rightarrow n_2 + 143 \cdot \cos 70^\circ = 445$; $n_2 = 396,1 \text{ N}$

b) (1) $\rightarrow f_s = 143 \cdot \sin 70^\circ = \mu_s n_2$

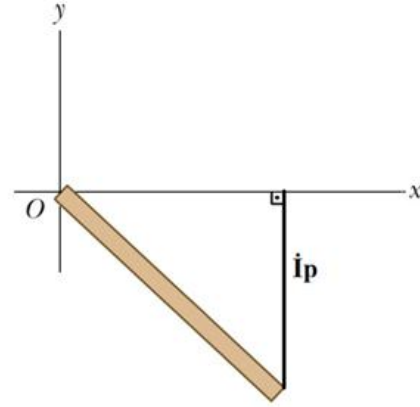
$143 \cdot \sin 70^\circ = \mu_s \cdot 396,1$

$\mu_s = 0,34$

11)



(a)



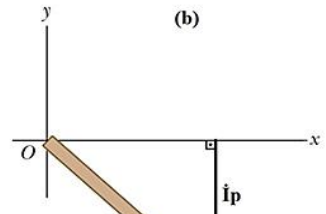
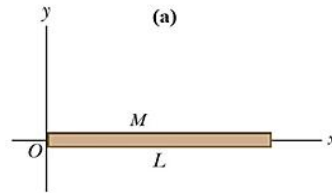
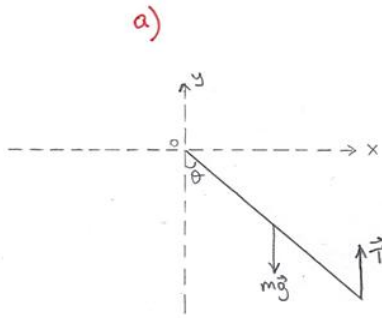
(b)

Şekil (a)'da görülen M kütleli ve L uzunluğundaki ince düzgün çubuk, bir ip yardımıyla şekil (b)'deki gibi asılarak dengeye getirilmiştir. Çubuk O noktasından geçen şekil düzlemine dik eksen etrafında serbestçe ve sürtünmesiz olarak dönebilmektedir.

a) Çubuğu türdeş varsayarak, şekil (b)'deki gibi denge durumunda iken, ipteki gerilme kuvvetini M ve g cinsinden bulunuz.

b) Çubuğun türdeş olduğunu göz önüne alarak, θ açısının yeterince küçük olduğu durumda, ip aniden koparsa çubuğun yapacağı basit harmonik hareketin (sarkaç hareketinin) periyodunu g ve L cinsinden bulunuz. (Çubuğun kütle merkezinden geçen dik eksene göre eylemsizlik momenti: $\frac{1}{12} ML^2$)

c) Şekil (a)'daki çubuğun türdeş olmadığını ve çizgisel yoğunluğunun $\lambda = x^3/L$ ile değiştiğini göz önüne alarak, şekil (b)'deki gibi denge durumunda iken, ipteki gerilme kuvvetini M ve g cinsinden bulunuz.



$$\sum \vec{Z}_O = 0$$

$$Mg \frac{L}{2} \sin \theta - T L \sin \theta = 0 \quad T = \frac{Mg}{2}$$

$$b) T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}} \quad d = \frac{L}{2} \quad I_{km} = \frac{1}{12} ML^2$$

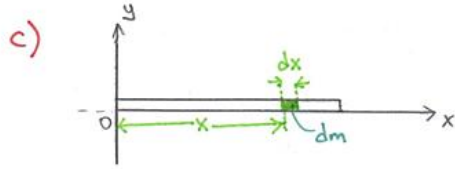
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3} ML^2}{Mg \frac{L}{2}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

Paralel Eksenler Teoremi $I = I_{km} + md^2$

$$I_O = \frac{1}{12} ML^2 + M \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$I_O = \frac{1}{3} ML^2$$



$$dm = \lambda dx \quad \lambda = \frac{x^3}{L}$$

$$X_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L x dm$$

$$X_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx$$

$$X_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L x \frac{x^3}{L} dx = \frac{1}{ML} \int_0^L x^4 dx$$

$$X_{KM} = \frac{1}{ML} \frac{x^5}{5} \Big|_0^L = \frac{L^4}{5M}$$

$$M = \int dm \quad M = \int_0^L \lambda dx = \int_0^L \frac{x^3}{L} dx$$

$$M = \frac{x^4}{4L} \Big|_0^L = \frac{L^3}{4}$$

$$X_{KM} = \frac{L^4}{5M} = \frac{L^4}{5 \frac{L^3}{4}} = \frac{4}{5} L$$

- 12) Ağırlığı P olan ve türdeş olmayan ince bir çubuk şeklindeki gibi bir kablo ile tutulmaktadır. Çubuğun alt ucu menteşelidir ve öteki ucuna $3P$ ağırlığında bir cisim asılmıştır. Bu çubuğun çizgisel kütle yoğunluğu $\lambda = r^2$ ile verilmektedir. Burada r , çubuk boyunca A ucuna olan uzaklıktır. Taşıyıcı kablodaki gerilme kuvvetini P cinsinden bulunuz.

$$r_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L r dm \quad dm = \lambda dr \quad \lambda = r^2$$

$$r_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L r \lambda dr$$

$$r_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L r \cdot r^2 dr$$

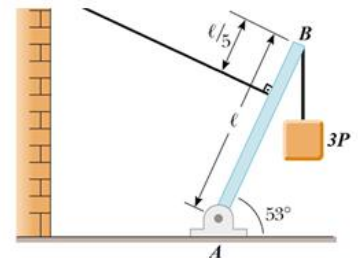
$$r_{KM} = \frac{1}{M} \int_0^L r^3 dr = \frac{1}{M} \frac{r^4}{4} \Big|_0^L$$

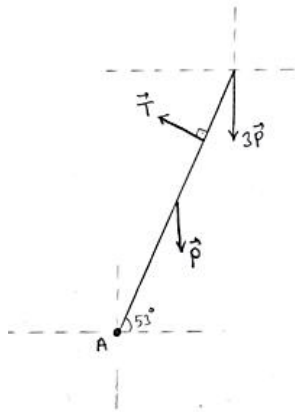
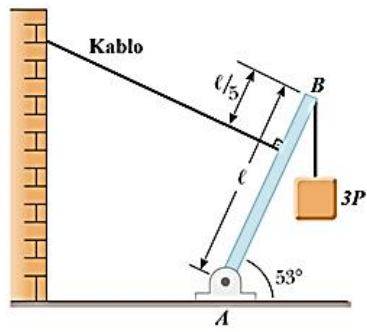
$$r_{KM} = \frac{L^4}{4M}$$

$$r_{KM} = \frac{L^4}{4 \frac{L^3}{3}} = \frac{3}{4} L$$

$$M = \int dm$$

$$M = \int_0^L \lambda dr = \int_0^L r^2 dr = \frac{L^3}{3}$$





$$\sum \vec{z}_A = 0$$

$$T \left(\frac{4}{5} L \right) - P \left(\frac{3}{4} L \right) \cos 53^\circ - 3P L \cos 53^\circ = 0$$

$$T = \frac{45}{16} P$$