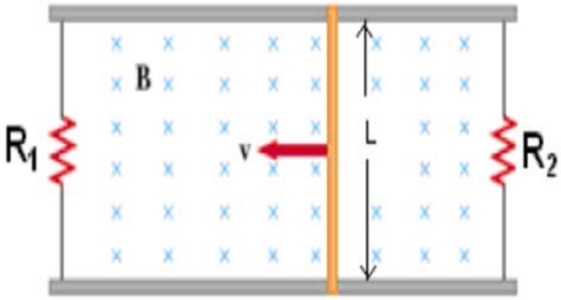
2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2
UYGULAMA 7
(FARADAY YASASI-İNDÜKTANS)

1. **Şekil 1**'de görüldüğü gibi L uzunluklu iletken bir çubuk iki paralel iletken çubuk üzerinde serbestçe kayabilmektedir. R_1 ve R_2 dirençleri bir halka oluşturacak biçimde rayların zıt uçlarına bağlanmıştır. B sabit bir manyetik alan sayfa düzlemine dik içe doğru uygulanmıştır. Dış bir etken, çubuğu sabit bir $\vec{v}$ hızı ile sola doğru çekiyor,

a) dirençlerden geçen akımı,

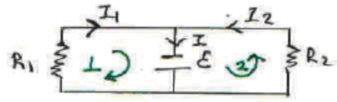
b) devrenin direncinde sağlanan toplam gücü,

c) hızın büyüklüğünü koruyabilmesi için çubuğa uygulanması gereken dış kuvvetin büyüklüğünü bulun.



Şekil 1

a) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi_B}{dt} = -BL\vartheta$

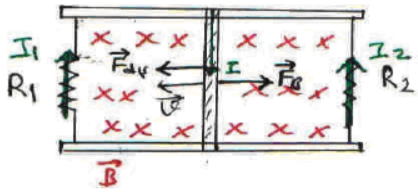


1) $\mathcal{E} - I_1 R_1 = 0$

2) $\mathcal{E} - I_2 R_2 = 0$

$$I_1 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_1} = \frac{BL\vartheta}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_2} = \frac{BL\vartheta}{R_2}$$



b) $P_R = I_1|\mathcal{E}| + I_2|\mathcal{E}| = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{eş}}$

$$= (I_1 + I_2)|\mathcal{E}| = \mathcal{E}^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{P_R = B^2 L^2 \vartheta^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

c) $I = I_1 + I_2 \quad ; \quad \vec{F}_B = I\,\vec{L} \times \vec{B}$

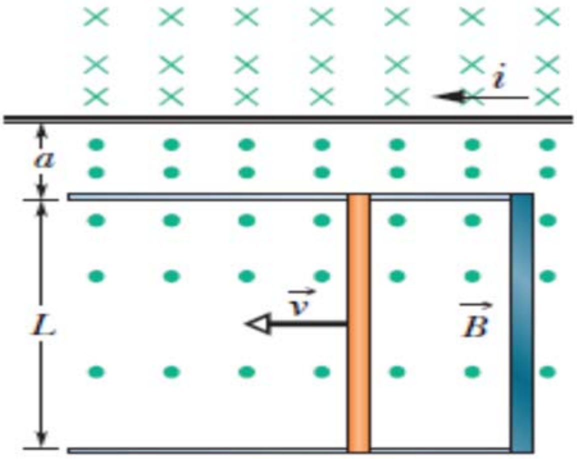
$$F_B = ILB = |\mathcal{E}|\,LB\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{F_B = B^2 L^2 \vartheta \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$ yönü sağa doğru

O zaman hızın sabit olabilmesi için ters yönde bir kuvvet: $\vec{v}$ sabit olduğundan

$\vec{F}_B + \vec{F}_{dış} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B}$

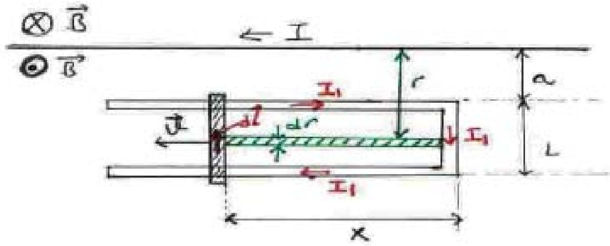
2. **Şekil 2**'de görüldüğü gibi, uzunluğu $L = 10\ cm$ olan iletken bir çubuk, yatay bir ray sistemi üzerinde sabit bir $v = 5\ m/s$ hızı ile hareket ettirilmektedir. Çubuğun hareket ettiği bölgede etkin olan manyetik alan, düzgün olmayıp, raylara paralel olan uzun bir iletken telden geçen $I = 100\ A$ akımı ile elde edilmektedir ($a = 10\ mm$).



Şekil 2

- **a)** Çubukta oluşan indüksiyon emk'sını hesaplayınız.
- **b)** Çubuğun direnci $R = 0.4\ \Omega$ ise iletken devreden geçen indüksiyon akımının şiddetini bulunuz (rayların direncini ihmal ediniz).
- **c)** Çubukta birim zamanda oluşan ısı enerjisi miktarını ve
- **d)** Çubuğun hareketine aynen devam etmesi için kendisine etkimesi gereken dış kuvveti bulunuz.
- **e)** Dış kuvvetin çubuk üzerinde yaptığı işin zamana göre değişimi nedir?

a)



$dA = x\,dr$

Sonsuz uzun doğrusal akım taşıyan telin oluşturduğu manyetik alan

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

↓

çubuk-ray sisteminin düzlemi dışarı doğru ⊙

$$\phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\, dA = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\int_a^{a+L}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{\phi_B = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 100\cdot 5}{2\pi}\ln\left(\frac{1{,}0+10}{1{,}0}\right) = \underline{\underline{-0{,}24\ mV}}$$

b) $$I_{ind.} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0{,}24\cdot 10^{-3}}{0{,}40} = \boxed{0{,}60\ mA}$$

c) $$P_{ısı} = I_{ind}^2 R = (6\cdot 10^{-4})^2\cdot 0{,}40 = 0{,}14\ \mu W$$

d) $$\int d\vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow \vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B}$$ (yönü sağa doğru)

$$F_B = \int_{L+a}^{a} I_{ind}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,dl \rightarrow dl = -dr \text{ olduğuna göre}$$

$$= -\frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_{L+a}^{a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_a^{L+a}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{F_B = \frac{\mu_0 \, I_{ind} \cdot I}{2\pi} \ln\left(\frac{L+a}{a}\right)}$$

$\vec{F}_{dış} + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow \vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B$ yönü ($\vec{v}$) hız yönündedir.

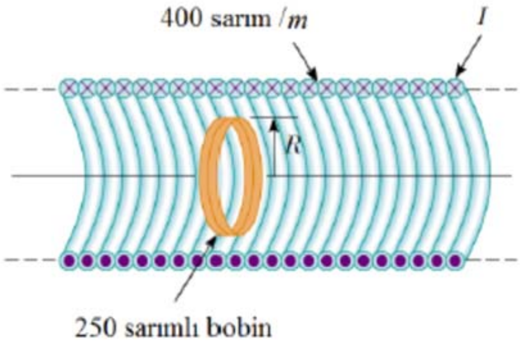
$$\boxed{F_{dış} = 2,88 \cdot 10^{-8} \ N}$$

e) Dış kuvvetin sağladığı güç

$P = \vec{F}_{dış} \cdot \vec{v}$

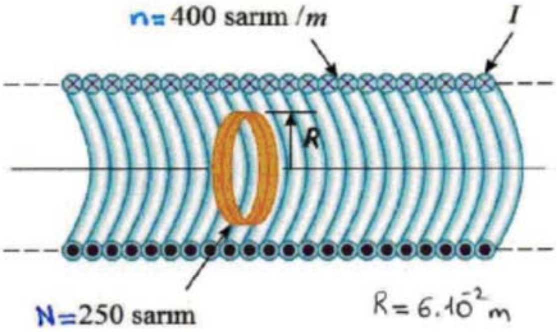
$$\boxed{P = 2,88 \cdot 10^{-8} \cdot 5 = 1,44 \cdot 10^{-7} \ W}$$

3. Uzun bir solenoid metre başına *400* tane sarıma sahip olup, $I = 30(1 - e^{-1.6t})\ (A)$ akımı taşımaktadır. Bu solenoidin içinde ve onunla aynı eksene sahip, *250* sarımlı ve *6 cm* yarıçaplı bir bobin bulunmaktadır (**Şekil 3**). Bobinde indüklenen elektromotor kuvvetini hesaplayınız ($\mu_0 = 4\pi x 10^{-7} Wb / A.m$).



Şekil 3

Solenoidin ekseni boyunca manyetik alanı :



$$B = \mu_0 n I$$

$$B = 4\pi.10^{-7}.400.30\,(1-e^{-1,6t})$$

$$B = 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t})\quad (T)$$

$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{A} = \int B\,dA\cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_0^R 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t})(2\pi r\,dr)$$

$$\Phi_B = 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t}).2\pi\int_0^{6.10^{-2}} r\,dr = 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t})\,2\pi\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^{6.10^{-2}}$$

$$\Phi_B = 1,7.10^{-4}(1-e^{-1,6t})\quad (Wb)$$ (Bobinden geçen manyetik akı)

Solenoidin akımı zamanla değiştiğinden, bobinde indüklenen emk ;

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -250.\frac{d}{dt}\left[1,7.10^{-4}(1-e^{-1,6t})\right]$$

$$\mathcal{E} = -250.1,7.10^{-4}.1,6.e^{-1,6t}$$

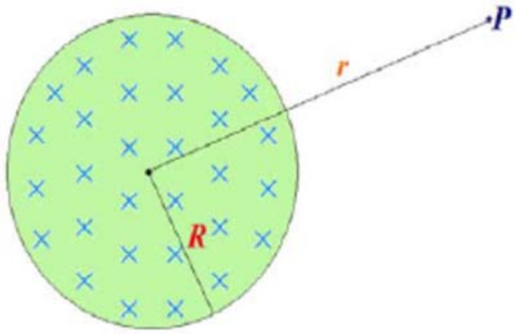
$$\mathcal{E} = -6,8.10^{-2}.e^{-1,6t}\quad (V)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -68.e^{-1,6t}\ (mV)}$$

4. **Şekil 4**'de tanımlanan durum için, manyetik alan $B = (2t^3 - 4t^2 + 1)\ T$ şeklinde değişmekte olup, *r=2R=5cm* dir.

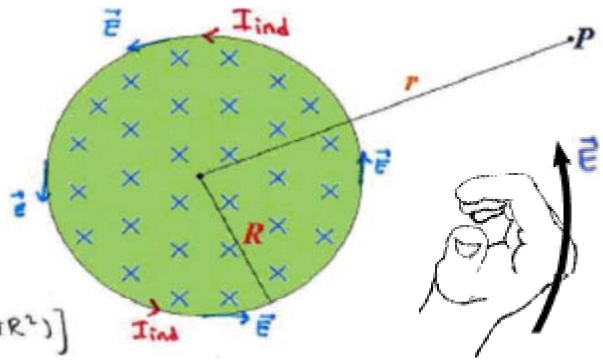
a) *P*'ye yerleşmiş olan elektrona *t=2s* olduğu anda etkiyen kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü hesaplayınız.

b) Hangi anda bu kuvvet sıfıra eşittir?



Şekil 4

a)



r=2R=5cm

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0°$$

$$\Phi_B = (2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$E.(2\pi r) = -\frac{d}{dt}\left[(2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)\right]$$

$$E.(2\cancel{\pi} r) = -(\cancel{\pi} R^2)(6t^2 - 8t)$$

$$E = -\frac{R^2}{2r}(6t^2 - 8t)$$

t=2s için: $E = -\frac{2{,}5.10^{-2}}{4}(6.2^2 - 8.2)$

$$E = -0{,}05\ (V/m)$$

$$F = -eE$$

$$F = (-1{,}6.10^{-19}).(-0{,}05)$$

$\boxed{F = 8.10^{-21}\ (N)}$ (saat yönünde)

b) E=0 için F=0 olur.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{dB}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(2t^3 - 4t^2 + 1) = 0$$

$$6t^2 - 8t = 0$$

$$t = \frac{4}{3}$$

$$\boxed{t = 1{,}33\ (s)}$$

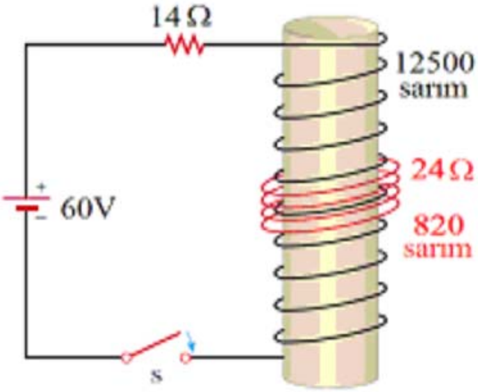
5. Direnci *24 Ω* olan *820* sarımlı tel bobin **Şekil 5**'de görüldüğü gibi *12500* sarımlı *7 cm* uzunluğundaki bir solenoid çevresine sarılmıştır. Solenoid ve bobinin kesit alanları $10^{-4}\ m^2$'dir.

a) Solenoiddeki akımın kendi maksimum değerinin *%63,2*'sine ulaşması ne kadar zaman alır?

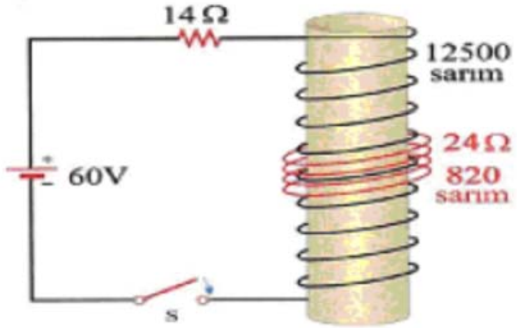
b) Bu süre içinde solenoidin öz indüktansının sebep olduğu ortalama ters elektromotor kuvveti kaç *V*'dir?

c) Bu süre içinde bobinden geçen manyetik akıda ortalama değişim oranı nedir?

d) Bobinde indüklenen akımın ortalama değeri ne kadardır?



Şekil 5



a) N sarım içeren bir bobinin indüktansı;

$$L = \frac{N\,\Phi_B}{I}$$

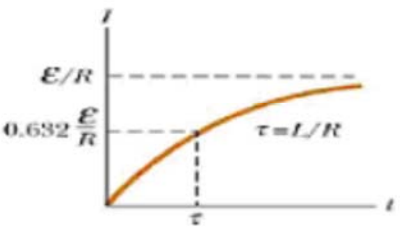
$$L = \frac{N}{I} B.A = \frac{N}{I} \mu_0 \frac{N}{\ell} I . A$$

Solenoidin manyetik alanı

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$$

$$L = 4\pi.10^{-7} . \frac{(12500)^2 . (10^{-4})}{70.10^{-2}}$$

$$L = 0{,}28\ (H)$$



$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\tau = \frac{0{,}28}{14}$$

$$\boxed{\tau = 20\ (ms)}$$

b) $\varepsilon_L = -L \dfrac{dI}{dt}$

$$|\bar{\varepsilon}_L| = L\left(\frac{\Delta I}{\Delta t}\right) = L\left(\frac{I_s - I_i}{t_s - t_i}\right)$$

$$|\bar{\varepsilon}_L| = 0{,}28 . \left(\frac{2{,}71}{20.10^{-3}}\right)$$

$$\boxed{|\bar{\varepsilon}_L| \cong 38\ (V)}$$

$I_i = 0$

$I_s = 0{,}632 . I_{max}$

$I_s = 0{,}632 . \dfrac{\Delta V}{R} = 0{,}632 . \dfrac{60}{14}$

$I_s = 2{,}71\ A$

$t_i = 0$

$t_s = 20\ ms$

c) Bobin, solenoid ile eş merkezli olduğundan, bobinden geçen manyetik akının ortalama değişim oranı, solenoidinkine eşittir.

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta (B.A)}{\Delta t} = \frac{\Delta (\mu_0 \frac{N}{\ell} I . A)}{\Delta t} = \mu_0 \frac{N.A}{\ell} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 4\pi.10^{-7} . \frac{12500 . 10^{-4}}{70.10^{-2}} . \frac{2{,}71}{20.10^{-3}} \cong 3.10^{-3}\ V \quad ; \quad \boxed{\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 3\ (mV)}$$

d) $|\varepsilon_L| = N \dfrac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$

$$I = \frac{|\varepsilon_L|}{R} = \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

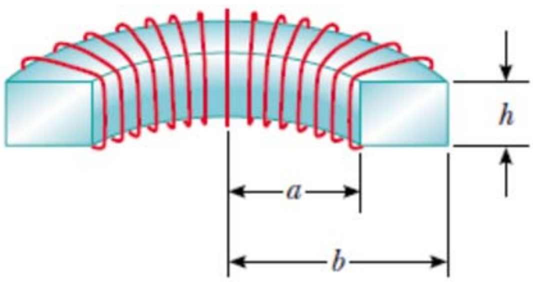
$$I = \frac{820}{24} . 3.10^{-3}$$

$$I \cong 0{,}103\ A \quad ; \quad \boxed{I = 103\ (mA)}$$

6. **Şekil 6**'de *N* sarımlı, iç yarıçapı *a*, dış yarıçapı *b* olan dikdörtgen kesitli bir toroid görülmektedir.

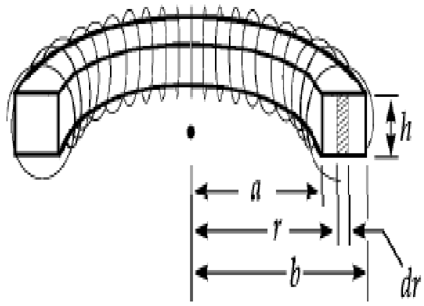
a) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$ olduğunu gösteriniz.

b) a şıkkında bulduğunuz sonucu kullanarak, *a=10cm*, *b=12cm*, *h=1cm* ve *N=500* sarım için öz indüktansı hesaplayınız.



Şekil 6

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad \text{toroid}$$



$$dA = h dr$$

(a) $$\Phi_B = \int B dA = \int_a^b \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

(b) $$L = \frac{\mu_0 (500)^2 (0.010\,0)}{2\pi}\ln\left(\frac{12.0}{10.0}\right) = \boxed{91.2\ \mu\text{H}}$$

7. **Şekil 7**'de verilen devrede $\varepsilon = 10V$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ ve $L = 5H$'dir. S anahtarı kapatıldıktan hemen sonra ve anahtar kapatıldıktan uzun bir süre sonra,

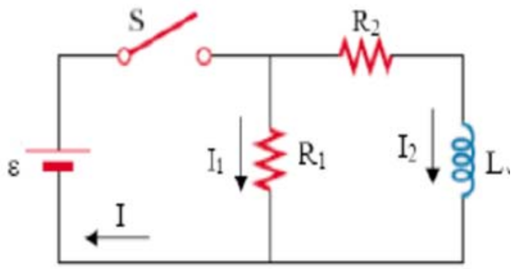
a) R_1 direnci üzerindeki I_1 akımını,

b) R_2 direnci üzerindeki I_2 akımını,

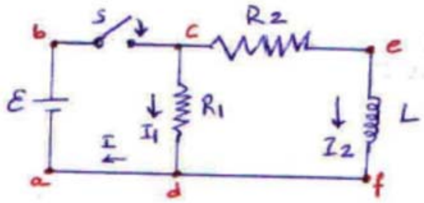
c) anahtar üzerindeki I akımını,

d) R_2'nin uçları arasındaki potansiyel farkını,

e) L'nin uçları arasındaki potansiyel farkını bulunuz.



Şekil 7



Anahtar kapatıldıktan sonra

Düğüm noktası (c)'de

$\boxed{I = I_1 + I_2}$

$\boxed{I_2 = 0} \rightarrow \boxed{I = I_1}$ dir.

(abcda) ilmeği için

$\varepsilon - I_1 R_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{10}{5} = 2A$

$I = I_1 = 2A$

$t \rightarrow \infty$ anında

$I = I_1 + I_2$

(abcda) ilmeği için $\Rightarrow$ $\varepsilon - I_1 R_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{10}{5} = 2A$

(abefa) ilmeği için $\Rightarrow$ $\varepsilon - I_2 R_2 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2} = \frac{10}{10} = 1A$

$I = I_1 + I_2 = 2 + 1 = 3A$

d) $t = 0$ için $\rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 0 \cdot 10 = 0$

$t \rightarrow \infty$ için $\rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10V$

e) (cefdc) ilmeği için

$\boxed{V_L = I_2 R_2 - I_1 R_1}$

$t = 0$ için $\rightarrow V_L = 0 \cdot 10 - 2 \cdot 5 = -10V$

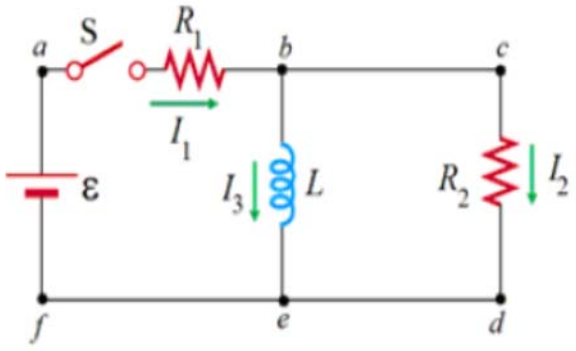
$t = \infty$ 〃 $\rightarrow V_L = 0$ dır çünkü I_2 sabit

8. **Şekil 8**'da verilen *RL* devresinde, *S* anahtarı *t=0* anında kapatılıyor.

a) *S* anahtarı kapatıldığı anda, I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

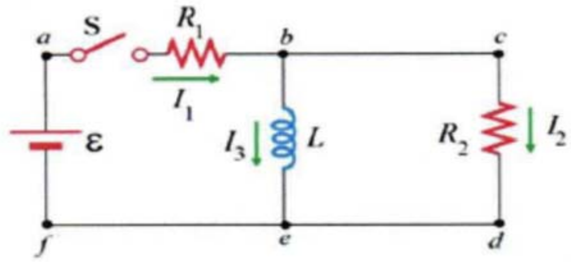
b) *S* anahtarı kapatıldıktan uzun bir süre sonra I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

c) Uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra *S* anahtarı tekrar açıldığı anda (*t=0*) R_2 direncinin uçları arasındaki potansiyel farkı ne kadardır?



Şekil 8

a) $\mathcal{E}_L = -L\dfrac{dI}{dt}$



$t=0$ anında $\boxed{I_3 = 0}$

$I_1 = I_2$

acdfa ilmeği için: $-I_1R_1 - I_2R_2 + \mathcal{E} = 0$

$$\boxed{I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2}}$$

b) $t \to \infty$ için $\boxed{I_2 = 0}$

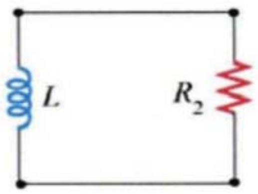
$I_1 = I_3$

abefa ilmeği için: $-I_1R_1 + \mathcal{E} = 0$

$$\boxed{I_1 = I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}}$$

c)

İndüktörde depolanan enerji,
R_2 direnci üzerinde harcanır.



$$IR_2 + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$I = I_0\, e^{-t/\tau}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$

$t=0$ için $\Delta V_{R_2} = I_0 R_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1} \cdot R_2$

$$\boxed{\Delta V_{R_2} = \mathcal{E}}$$